

算数の問題解決における子どもの思考過程に関する研究

A study on children's Thinking Process
in Mathematical Problem Solving

聖徳大学大学院児童学研究科
児童学専攻博士後期課程

2002-134001 黒澤 寿美
指導教員 増井 三夫

論文目次

第1章 問題の所在と研究目的	1
第1節 問題の所在	1
1 算数・数学教育学における課題	1
2 学校現場での課題	2
3 研究課題	5
第2節 算数の問題解決過程に関する先行研究	6
1 問題解決についての先行研究	6
(1) 1980年代 方法知の精選	7
(2) 1990年代 方法知の指導から見えてきた課題	8
(3) 2000年代 方法知を活用するための新しい視点	9
(4) 2010年代 主体的・対話的学びを促す方法知	12
2 先行研究における本研究の位置づけ	13
第3節 研究目的	14
第4節 用語の操作上の限定	15
第2章 研究方法	16
第1節 研究方法の選定	16
1 本研究における混合研究法の妥当性	16
2 プロトコル分析手法選定の理由	17
第2節 研究の対象と方法	18
1 研究対象の選定	18
2 データの収集期間・方法・内容	18
(1) 期間	18
(2) 方法と内容	19
3 倫理的配慮	22
第3節 分析方法	23
1 分析方法の妥当性	23
2 分析手順	24
3 GTAにおける用語の説明	25
4 分析の援用理論	27
5 分析の妥当性	28
第4節 対象の概要	29
1 学校の概要	29
2 学級の概要	29

第3章	分析結果	30
第1節	特性化	30
1	児童の思考過程の切片化と特性の抽出	30
(1)	事例 1 A児(女児)	31
(2)	事例 2 B児(男児)	32
(3)	事例 3 C児(女児)	33
(4)	事例 4 D児(女児)	34
(5)	事例 5 E児(男児)	35
(6)	事例 6 F児(女児)	36
(7)	事例 7 G児(女児)	37
(8)	事例 8 H児(男児)	38
(9)	事例 9 I児(女児)	40
(10)	事例 10 J児(女児)	41
(11)	事例 11 K児(男児)	42
(12)	事例 12 L児(女児)	43
(13)	事例 13 M児(女児)	44
(14)	事例 14 N児(男児)	46
(15)	事例 15 O児(女児)	47
(16)	事例 16 P児(女児)	50
(17)	事例 17 Q児(男児)	51
(18)	事例 18 R児(男児)	52
(19)	事例 19 S児(女児)	53
(20)	事例 20 T児(女児)	54
(21)	事例 21 U児(男児)	55
(22)	事例 22 V児(男児)	56
(23)	事例 23 W児(女児)	57
(24)	事例 24 X児(男児)	59
(25)	事例 25 Y児(男児)	61
(26)	事例 26 誤答者①(女児)	63
(27)	事例 27 誤答者②(男児)	64
(28)	事例 28 誤答者③(男児)	66
第2節	概念の生成	68
第3節	カテゴリーの生成	80
1	カテゴリー I 【解決分岐点の自覚】	81

2	カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】	82
3	カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】	83
4	カテゴリーⅣ【自己評価】	84
5	コアカテゴリー『逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換』	85
第4節	カテゴリー関連図とストーリーラインの生成	86
1	思考過程カテゴリー関連図	86
2	ストーリーライン	94
(1)	躓きの場面	94
(2)	条件組み合わせの場面	94
(3)	振り返りの場面	95
(4)	肯定的・否定的自己評価の場面	95
第5節	理論仮説の生成	96
第6節	理論仮説の妥当性の検証	97
1	調査方法	97
(1)	授業	97
(2)	事前調査	98
(3)	事後調査ⅠⅡ	98
2	分析方法	102
3	分析結果	103
(1)	学力の階層	103
(2)	授業後の問題解決と一週間後の問題解決に見られる逆向きの思考 の変化	103
(3)	問題解決と逆向きの思考の相関	103
(4)	手順02: Q01からQ12の主成分分析	103
(5)	手順02: Q13からQ21の主成分分析	105
第7節	現場教師とのカンファレンス	108
1	現場教師とのカンファレンス実施状況	108
2	カンファレンス結果	108
(1)	カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】における分析的な声 かけについて	108
(2)	カテゴリーⅡ【思考過程の可視化】におけるメタ認知的声かけにつ いて	109
(3)	カテゴリーⅣ【自己評価】における共感的対話について	111
(4)	全体のフィット感	113

第 4 章	考察	118
第 1 節	先行研究との比較	118
1	解決分岐点の自覚	118
2	条件組み合わせの自覚的展開	118
3	思考過程の可視化	120
4	自己評価	120
第 2 節	実践場面との関係における本研究の意義	121
第 3 節	妥当性検証について	122
第 4 節	対極層との比較からの考察	123
第 5 章	本研究の成果と課題	126
引用文献		128
参考文献		137
図表一覧		142
資料	カテゴリーⅠ一覧表	144
	カテゴリーⅡ一覧表	146
	カテゴリーⅢ一覧表	147
	カテゴリーⅣ一覧表	148
	カテゴリー誤答者一覧表	150

謝辞

第 1 章 問題の所在と研究目的

第 1 節 問題の所在

1 算数・数学教育学における課題

現在、算数・数学教育は大きな変換点にある。従来のような「できた」ことに焦点を当てる教育ではなく、「どう考えたか」に焦点を当てる教育への変換である。この背景には、高度情報化社会、とりわけ人工知能のように高度な情報処理が可能な機械の出現がある。与えられた問題を処理するだけならば、人間は到底機械にはかなわない。つまり、これからの人間が持つべき資質とは、問題を正確に処理する力ではなく、問題を考え出す力であるといえよう。

算数・数学教育において、「考える力」の育成はこれまでも重要なテーマの一つとして取り上げられてきた。1980 年の NCTM（全国数学教育協会）による勧告¹以降、日本では数学的問題解決に関する理論的・実践的研究が多くなされてきた。中でも問題解決の方略（ストラテジー）に関する研究は、日本における数学現代化運動²の中心的課題となった「数学的な考え方」と結びつき、算数・数学教育の中心的課題として実践研究のテーマに取り上げられた。斯かる研究は問題解決方略の有効性に関する調査研究として一定の成果をあげたが、一方で育てているはずの「数学的な見方・考え方」を使えていない児童の存在もまた浮彫りになった³。

平成 19 年から平成 29 年の全国学力・学習状況調査の結果推移をみても、B 問題⁴の正答率は依然として低いまま推移しているのが現状である⁵。その背景に、方略指導を実際に行う現場サイドと学界との乖離が考えられる。学界で積み上げられてきた知見には、児童に見通しをもたせ、問題解決に有効な方略を用いて解決へ導くための手立てが多く提示さ

1 NCTM(1980) "An Agenda for Action-Recommendation for School Mathematics of the 1980's. NCTM. 「1980 年代の学校数学への勧告」の中で、「問題解決は 1980 年代の学校数学の焦点であるべきだ」と述べている。

2 1957 年にソビエトによるスプートニク 1 号打ち上げが与えた衝撃を契機にアメリカ教育界において進められたカリキュラム改革運動、およびその影響を受けた日本のカリキュラム改革に対する一連の動きのことを指す。その特徴として、①教科内容を科学や学問の体系から選択すること②演繹的な教科内容編成の原理を重視することがあげられる。以上は、吉本均編(1981)『教授学重要用語 300 の基礎知識』明治図書、p.152.による。

3 石田淳一(1998)「長時間の問題解決方略の指導を受けた小学 6 年生の問題解決方略の使用に関する上位-下位分析『パターン発見』方略の使用過程を中心に」日本数学教育学会, 数学教育学論究 69, pp.3-21. 長期間の方略指導をおこなっても成績下位群の児童の方略使用には困難性がみられることが指摘されている。

4 B 問題とは、主として「活用」に関する問題。A 問題とは、主として「知識」に関する問題。

5 国立教育政策研究所の集計結果によれば、A 問題の平均正答率が 76.9%なのに対して B 問題の平均正答率は 55.0%と低い。

れている。これらの知見は、現場教師が実際の授業を基に、児童が見通しをもつに至った事例を分析する研究、または、研究者がテスト結果の正答率等を用いて行った効果計測が多く、現場教師の指標となる理論形成には至っていない。そのため「よい指導」「わかりやすい指導」は個々の教師の力量に起因される傾向がある。よって現場実践における事例分析や、効果や傾向性をつかむための量的研究だけではなく、児童の思考過程に寄り添った質的研究が不可欠になっている。

知識として問題解決の方略を獲得していることと、実際に問題解決場面で活用できることとの隔たりは何なのか。児童の思考過程をどのようにとらえ、どこで躓いているのか解釈し、児童にどのようにしてフィードバックすればよいのか、現場教師の指標となりうる質的研究が求められている。

以上より学界が直面している課題は、以下の2点である。

- ① 数学的な見方・考え方を使えていない児童に対する処方まで寄与していないこと
- ② 問題構造をとらえる場면을児童の具体的な思考過程に即して質的に明らかにしていく研究法が採用されていないこと

2 学校現場での課題

現在多くの小学校において、算数の校内研究のテーマに問題解決学習が取り上げられ、主体的・対話的学びを深める学習をどのように具体化するかについて研究が進められている。問題解決力を育成する授業の要件として、村上⁶（2014）は以下の3点に注目している。

- ① 子どもたちにとって、「なぜだろう」という問いや「解決したい」という必要感のある問題であること
- ② 既習事項を活用することで解決が図られその実現によって新しい学びがあること
- ③ 問題解決の過程において子ども自身による思考とその表現による追及がなされること

①に関しては、現場における実践研究からの知見の蓄積が多くある。例えば手島（1992）は、児童の問題解決力を育成するために、知的葛藤が生じる問題場面を設定し、解決の必要感を高めている⁷。また、坪田（1998）は授業の導入にあたっては、児童が本当にかかわ

6 村上幸人(2014)『問題解決』に関する課題」第96回全国算数・数学教育研究（鳥取）大会基調発表、日本数学教育学会誌 95(12),p.35.

7 手島勝朗(1992)『知的葛藤を生み出す算数の授業』明治図書,p.53.

手島は子ども達が自ら考え続けることができるような問題を提示することの重要性を示唆した。特に既習の事項とこれから学習しようとしている事柄の間に存在するズレをいかに見い出すが「知的葛藤」を誘発する切り口だと述べている。

りたいと思える場面を自然な状態で作り出す必要があるとし、小学 2 年生の「かけ算の利用」を例に挙げ、路上でよく見かける「点字ブロック」を素材として、図のようなドットの数数える時に、自分の数え方を図に表す授業を提案している⁸。

最近では、現実世界の課題場面からの問題設定として小学校段階における数学的モデリング指導の価値とその可能性に目が向けられ、授業実践も行われつつある⁹（川上・松寄，2012）。また現在多くの教科書において、単元の導入場面で問題解決型の授業が展開できるような構成になっている¹⁰。

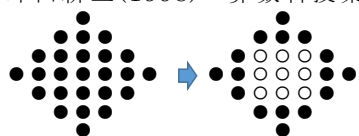
②③に関しては、問題解決ストラテジーの指導やその過程における算数的表現力¹¹の育成についての知見から示唆を得ることができる。

廣瀬¹²(1990) は、見通しを立てる場面において、「既習事項に立ち返る」ことの重要性を示している。さらには、既習事項を問題場面と結び付けて、「類推」することの有効性を示唆している研究も多くみられる（福田¹³,1988；多田¹⁴,1989）。

その一方で、黒澤¹⁵（2016）は小学校教師を対象にした問題解決ストラテジー指導に対する意識調査にもとづいて、現場教師の意識として以下の 3 点を明らかにしている。

- ① 教師は問題解決ストラテジーの有効性については理解できている。
- ② 子どもにとってよい方法だと感じていても、教師自身はストラテジーのよさを実感できていない。

8 坪田耕三(1998)「算数科授業改善への提言」日本数学教育学会誌 80(2),pp.6-13.



例としてこの図のように色を変え、自分の数え方を説明しようとする意欲を引き出す授業展開を提案している。

- 9 数学的モデリングとは、「現実世界の課題場面を単純化、理想化、構造化し現実世界の問題を設定し、それを数学的な問題へ数学化する」（川上・松寄(2012),p.3）ことである。今まで中等教育段階で主流であったモデリング指導を初等教育段階でも実施した結果、小学校におけるモデリング指導で問題設定の活動を取り扱うことは可能であるとしている。川上貴・松寄昭雄(2012)「小学校における数学的モデリングの指導の新たなアプローチ」日本数学教育学会誌 94(6),pp.2-12.
- 10 算数の楽しさと学び方をつかむ「授業開き教材」として、単元のはじめに問題解決型問題を設定している教科書がある。例として、同じ大きさの 5 つの正方形の辺をぴったりつけてつなげてできる形を考える「ペントミノ」の教材などがあげられている。教育出版「小学校 算数 4 年」平成 27 年度版。
- 11 数学的表現力とは「数学の用語や記号、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて、思考の過程や結果を表現する能力のことである」賽迫芳人(2008)「自分なりの表現から適切な表現へ数学的表現力を育てる算数指導」日本数学教育学会誌 90(6),pp.10-17.
- 12 廣瀬和代(1990)「見通しを立てて問題解決に取り組む力の育成」日本数学教育学会誌 72(4),pp.27-32.
- 13 福田敏雄(1988)「数学的問題解決におけるストラテジー指導の有効性について」日本数学教育学会誌 70(8),pp.36-42.
- 14 多田美香子(1989)「子どもひとりひとりが既習事項を生かして取り組む算数科学習での類推する考えの育成」日本数学教育学会誌 71(12),pp.20-25.
- 15 黒澤寿美(2016)「算数科におけるストラテジー指導に関する研究成果と課題ー現場教員のアンケート調査からー」児童学研究 18,聖徳大学児童学研究所,pp.61-67.

③ 教師は子どもへのストラテジー指導の困難さを感じている。

問題解決型授業が現場に浸透していることもあり、現場教師の問題解決ストラテジーに対する意識や関心は高いといえる。その一方で教師自ら問題解決ストラテジーを積極的に取り入れようとしないのは、ストラテジーのよさを教師が実感していないこと、指導法がわからない不安によるものと推測される。その結果、問題解決型授業の形式にとらわれすぎ、教師が解決へと児童を誘導する授業に甘んじている現状があることも否めない。これは、問題解決の過程における児童の思考の有り様やその変容を教師がとらえきれないところに起因している。

現場教師が抱えている指導上の課題として、藤井¹⁶（2016）は実際の授業において「内容（コンテンツ）と過程（プロセス）」をどう扱えばよいかが明確になっていないことを指摘している。藤井の指摘は、斯かる〈明確になっていない〉ことが、児童の反応や思考過程を見とることができず、問題解決型授業に踏み切れない教師の苦慮ないし不安となっている、と捉え直すことができる。早勢¹⁷（2013）はそのような不安を克服するには、自力解決における机間指導で児童の考え方を把握することができるかどうか重要であると示唆している。

この課題を解決するためには、ストラテジーの使用によってどのように児童の問題解決過程が変容するかを明らかにする必要がある。特に学力下位の児童の問題解決過程がストラテジー指導により変容する様相を示すことは現場教師にストラテジーのよさを示すうえで意味あることと考えられる。さらに、ストラテジー指導による児童の問題解決過程の変容の様相が明らかになれば、授業におけるストラテジー指導の在り方についてより実践的な提言が期待できる。

以上のことから学校現場が直面している課題は以下の2点である。

- ① 児童の思考の深度を評価する視点が開発されていないこと
- ② 数学的な見方・考え方を問題解決型授業において指導することが可能となる指標が構築されていないこと

16 藤井 齊亮(2016)「世界に発信する授業研究と問題解決型授業」日本数学教育学会誌 65(1),p.1.

17 早勢 裕明(2013)『『問題解決の授業』に踏み切れない教師の不安についての一考察 :小学校における算数の授業研究を通して』北海道教育大学紀要,教育科学編,64-1,pp.97-109.

3 研究課題

いま現場で求められているのは学習者の思考過程や学力差に対応した方略指導プログラムの提案である。そのプログラム提案に至る基礎作業として、学習者の思考過程を分節化し、問題解決の過程を可視化することがあげられる。特に、問題解決過程において児童にとっての一番の困難点は問題構造をつかむことにある¹⁸。たしかに、問題の構造をいかにつかむかについて有効な手段や方法に関する研究もこれまでの蓄積が多い。しかしながら、個々の研究はそれぞれの手立ての有効性は示しているものの、学習者の思考過程や、学力差に対応した方略指導のプログラムを提案するには至っていない。

そこで本研究では、児童が数学的な見方・考え方をどのように獲得するのかという問いかけに対し、問題解決過程における思考の様相を文節化して理論仮説を生成し、問題解決過程を可視化することによって、現場教師の実践的・研究的課題解決に寄与することを研究課題とする。

18 石田淳一(2007)「算数科における『パターン発見』方略の指導に関する実証的研究」日本数学教育学会誌,臨時増刊,数学教育学論究,88,pp.5-9.

石田は小学生の「一般化」問題における解決の困難性が問題解決過程の「構造を捉える」段階にあることを示唆している。

第2節 算数の問題解決過程に関する先行研究

1 問題解決についての先行研究

問題解決については Polya¹⁹が発見学的方略としての問題解決過程を提唱して以来、実験的研究が多くなされてきた。Kilpatrick²⁰は問題解決を規定する4変数の1つとして問題解決過程に注目しその行動分析体系を作り上げ、さらに Schoenfeld²¹によって問題解決過程の行動の図式が提案された。

このように、問題解決過程の枠組みが明らかになるにつれて、「つかむ→計画する→実行する→振り返る」という一連の問題解決過程の中で「つかむ→計画する」の場面は、「見通しをもつ」「問題構造を捉える」などに換言され、数多くの先行研究の蓄積がなされた（須藤,1988；高島,1990；若林,1992；石田,2002；石田,2008）²²。そこから問題解決場面における児童側の困難点²³や指導者側の問題点²⁴が浮き彫りになってきた。

以下年代別に、「問題構造を捉える」場面における先行研究の成果と課題を述べる。

-
- 19 問題解決の過程として「問題の理解→計画→実行→振り返り」の4つの段階を示している Polya.G(1954)『いかにして問題をとくか』(柿内賢信訳),丸善.(原書は1945)
- 20 S.Krulik,J.A.Rudnick(1985)『問題解決指導ハンドブック』(伊藤説朗訳),明治図書.
- 21 Schoenfeld.A,H(1988);”Problem solving context(s)”.In Charles&Silver(eds.),*The teaching and assessing of mathematical problem solving*(pp.82-92),LEA&NCTM.
- 22 見通しをもつための指導について実践した研究したものとして以下のものがある。
須藤紀博(1988)「見通しを持ち筋道を立てて考える力を伸ばす指導」日本数学教育学会誌 70(8),pp.43-47.
高島弘江(1990)「子ども一人一人が見通しをもって考える力を育てる算数科学習の進め方」日本数学教育学会誌 72(2),pp.27-32.
若林富士雄(1992)「見通しをもち筋道を立てて考え高め合う共同思考を目指して」日本数学教育学会誌 74(6),pp.20-24.
石田淳一(2002)「小学生の『一般化』問題の解決における困難性」日本数学教育学誌 84(6),pp.23-31
石田淳一・土田圭子(2007)「『考える足場』をつくる授業設計による論理的な考えを育てる算数指導：2学年「1000までの数」の単元を題材にして」日本数学教育学会誌 89(8),pp.2-9.
- 23 石田・土田(2007)は、小学生の「一般化」問題における解決の困難性が問題解決過程のどこにあるかを調査した。この研究では、「一般化」問題における解決過程を「変化の規則性に気づく」「構造を捉える」「簡単な場合でとらえた行動を式表示できる」「その式を大きな数の場合に一般化できる」の4段階としてとらえ、「一般化」問題に関する調査研究の結果に基づいて各段階における小学生の解決の困難性を検討している。その結果、子ども達が「構造を捉える」段階に困難性を持っていることが示唆された。
- 24 石田(1996)は、教師側の課題として、「児童がストラテジーの見つけ方や使い方を理解できるように指示の与え方を工夫すること」を挙げている。
石田淳一(1996)「問題解決方略の指導を受けた子どもの問題解決過程に関する上位一下位分析」科学教育研究 20(4),pp.207-212.

(1) 1980 年代 方法知の精選

1980 年代以前の研究は、「数学的な考え方」とは何かを追及する研究、とりわけ「関数的な考え方²⁵」や「統合的な考え方²⁶」などの実践研究²⁷が盛んにおこなわれてきた。1980 年代になると、前述した現代化の反省に基づいて、基礎的・基本的な内容の確実な定着が叫ばれるようになる一方で、基礎的・基本的な「知識・技能」の獲得に重点が置かれ過ぎてしまうのではないかという懸念が生じた。その反動から学界においては「数学的な考え方」を育てることの重要性を再認識するために「数学的な考え方」を「問題解決能力」と結びつけ、基礎的・基本的内容の中に位置付ける研究が見られるようになった^{28・29}。

また、片桐³⁰ (1988) は問題解決過程の各段階において用いられる「数学的な考え方」を「内容に関する考え方」、「方法に関する考え方」、「態度に関する考え方」にまとめ、問題解決過程の枠組みに即して構造化した。

その結果、「数学的な考え方」と「問題解決ストラテジー」の融合がみられ、実際の指導ではこれら 2 つが一体となって指導されるようになった³¹。さらに問題解決方略がより実

25 関数的な考え方とは、伴って変わる 2 つの数量に着目し、それらの対応の決まりを発見すること、そしてその関数関係を表現することである。(日本数学教育学会編(2010)『数学教育学研究ハンドブック』,p.32.による)

26 統合的な考え方とは、①個々の対象が統合された包括的对象全体の集合の要素となるように統合されるもの(単純形式)、②個々の対象が統合された包括的对象全体の部分集合となるように統合されるもの(一般化・拡張化)の 2 種類がある。(日本数学教育学会編(2010)『数学教育学研究ハンドブック』,p.32.による)

27 三重県昭和町齋宮小学校算数研究部(1970)「関数的な見方・考え方を伸ばす指導の実践例」日本数学教育学会誌 52(10),pp.5-8.などのように、学校現場で取り組む研究がみられるようになった。

28 山田隆(1987)「問題解決における方略指導に関する一考察」数学教育研究 2,pp.159-168.
山田は数学的な考え方を①数理的にとらえる(抽象化・数量化・図形化・記号化・形式化・分類整理)②筋道を立てて考える(見通し・類比・対比・根拠をもち説明)③統合発展的に処理する(一般化・特殊化・包括・観点条件の変更拡張)と整理した。

29 浦和算数サークル(1985)がまとめた算数科における基礎的・基本的事項として知識・技能のほかに見方考え方や関心態度の中にも重要視するものが示されており、見方考え方として①学習内容に直結したもので、一般的に数学的アイデアと呼ばれるものと、②問題を解決する際の解決方法とがあることを明らかにしている。

30 片桐重男(1988)『数学的な考え方の具体化』明治図書.による「数学的な考え方」の分類は以下の通りである。(巻末一覧表より)

「内容に関する考え方」;単位の考え、表現の考え、操作の考え、アルゴリズムの考え、
概括的把握の考え、基本的性質の考え、関数的な考え、式についての考え。

「方法に関する考え方」;帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考え、統合的な考え、発展的な
考え、抽象的な考え、単純化の考え、一般化の考え、特殊化の考え、記号化の考え。

「態度に関する考え方」;自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする、
筋道の立った行動をしようとする、内容を簡潔明確に表現しようとする、よりよいものを求めようとする。

31 伊藤(1982)は数学的な考え方と問題解決ストラテジーの関わりについて次のように述べている。
「算数科の目標を一言でいうなら、それは児童に数学的な考え方を育て身につけさせることである。数学的な考え方には、個々の指導内容に結びついたもの・いろいろな内容を組み立てたり展開したりするときにとる方法に結び付いたものがある。そして実際の指導ではこれら 2 つの数学的
な考え方は一体となって指導されている。」(伊藤説朗(1982)「第 1 章教材研究の意義, 1-1 算数科
の目標と教材研究」,『授業に生きる教材研究』(全 5 巻)所収,明治図書.)

践で用いられるようになるにつれ、方法知は精選されていった^{32、33、34}。

このように方法知が分類整理されることは、児童にとって問題解決に使用する方法知選択の参考になるとともに、教師にとっては方法知指導の指導系列をつくる大事な要素の一つとなった。しかし、個々の方法知をどう指導するかについては課題として残された。

(2) 1990 年代 方法知の指導から見えてきた課題

1980 年代後半から、いろいろな方法知を実際に指導する中で、それぞれの方法知の効果を示す研究がみられるようになった^{35、36、37、38、39}。

これら多くの研究は、個々の問題解決ストラテジーを指導することによって、問題の正答率がどう変化したかを量的に分析したものである。その結果、問題解決過程における「つかむ→計画する」の場面に有効な方法知として、「わかっていることは何ですか」という問

-
- 32 三塚(1980)は、問題解決における数学的能力や数学的活動、解決の構造や指導の構造の上から思考を検討し問題解決における一般的ストラテジーや補助的ストラテジーをとして分類整理した。一般的ストラテジーには「方法に関する考え方」が、補助的ストラテジーには「態度に関する考え方」に近いものが含まれる。三塚正臣(1980)「問題解決におけるストラテジーと思考の関係について」日本数学教育学会論究,43.44,pp.56-59.
- 33 古藤(1985)は、以下のように 4 つのカテゴリーに分類した。
総合的方略：Polya の問題解決のための 4 段階や、それを補足する W.A.Wickelgren の「サブゴールをつくる」「逆向きに考える」等
一般的方略：帰納 類比 特殊化の考え等
数学的方略：「パターンを探す」「図をかく」「一般化する」等
特殊の技法：「線分図をかく」「補助線を入れる」「表やグラフをかく」等
古藤(1985)『問題解決におけるストラテジーの研究』明治図書,pp.13-18.
- 34 金本・栗原(2004)は、数あるストラテジーの中から個人の問題解決時に用いるストラテジーと、集団で練り上げる時に用いるストラテジーを選び出している。問題解決ストラテジーとしては、①試行し検討する②具体物を用いて実演したりする③言い換える④順序良く整理する⑤きまりを見つける⑥絵や図をかく⑦表を作る⑧逆向きに考えるの 8 つを、練り上げストラテジーとしては、①よいところを見つける②似たところを見つける③違うところを見つける④比べる⑤よりよくする⑥いつでもできる式で考えるの 6 つをあげている。金本良通・栗原孝子(2004)「算数の学習活動に対する子供たちの意識—ある小学校での調査を基に—」日本数学教育学会誌 86(6),pp.10-19.
- 35 「絵や図に表す」ストラテジーを検証した研究として
石田淳一(2007)「2 学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究」日本数学教育学会誌 89(6),pp.2-11.
石田淳一(2010)「3 学年の逆思考文章題解決における線分図指導に関する研究」日本数学教育学会誌 92(2),pp.2-9.
Kazuhiko Nunokawa and Hirotohi Hiroi(2013);Elementary School Students' Use of Drawings And Their Problem Solving. Nova Science Publishers.Inc.pp.123-151.
- 36 「パターン発見」ストラテジーを検証した代表的研究として、石田(2007),前掲 18. がある。
- 37 「コンセプトマップ」を検証した研究として
長谷川勝久・三輪道正(2004)「コンセプトマップと解析的思考を用いた図形の論証指導」日本数学教育学会誌 86(3),pp.2-12.
- 38 「自分に置き換えて考える」ストラテジーを検証した研究として
植村憲治(2010)「年長児における加法逆減法問題の理解度」日本数学教育学会誌 92(8),pp.13-18.
- 39 「拡張・一般化して考える」ストラテジーを検証した研究として
和田信哉(2007)「見通しの段階における手立てについて」日本数学教育学会誌 89(4),pp.11-19.
和田は、拡張・一般化と足場設定という視点から見通しの段階における手立てについて考察した。その結果、子どもの実態に合わせて手立てのレベルを変える必要性を示唆したが子どもの実態をどのように見とるのかについては言及されていない。

いかけに代表される「既習事項の活用」という方略が浮上した⁴⁰。この方略は、問題文に与えられた条件や、すでに獲得している既習の知識を組み合わせることにより、「類推の考え」を用いて、結果や方法の見通し又は全体の見通しを持たせるものである⁴¹。

また、和田は帰納的推論と類比的推論を生かした算数の教授・学習のあり方を探る中で児童の帰納的推論と類比的推論の様相、特にこれらの推論における児童の困難点を面接法や質問紙法による調査で明らかにした。この研究では、帰納的推論と類比的推論を生かした算数の教授・学習に関するより有効な指導方法を仮説的に提起し、それをインタビュー調査によって検討することでそのような指導法の有効性について論じている^{42, 43}。

一方、福田は、小学校第5学年の「三角形と四角形の面積」の単元で類推ストラテジーの効果を検証した。その結果、学力上位や中位の児童には指導できるが、下位の児童に対する指導が困難であることが示された⁴⁴。同様に、石田（2007）は「パターン発見ストラテジー」の指導効果に関する研究に取り組んだ中で、いずれの学力レベルの児童にも短期間の「パターン発見」方略の指導は有効であり、特に解決の「計画を立てる」場面において効果があったことが示されている。また、長期間の「パターン発見」方略の指導に関しては、長期間の方略指導を受けても下位群の児童の方略使用には困難性が見られたため、下位群の児童にもストラテジーの使用を促進しパターンを発見できるような指導法の改善が必要であること等が指摘された⁴⁵。

つまり、問題解決過程の「つかむ→計画する」の場面において、様々な方法知の効果と指導の有効性は明らかになったものの、学力下位の児童に対する指導の困難性が課題として浮上してきた。

（3）2000年代 方法知を活用するための新しい視点

方法知指導の研究において、個々のストラテジーが問題解決に有効に働くことは明らかにされているが、学力下位の児童についてはストラテジーがうまく活用できないことが問題点として見出された。問題解決において有効に働くはずのストラテジーをなぜ学力下位の児童は活用することができないのだろうか。

近年この疑問に答える一視点として、メタ認知が取り上げられている⁴⁶。「メタ認知」と

40 「既習事項の活用」を検証した研究として、廣瀬和代(1990),前掲 12.がある。

41 「類推」ストラテジーを検証した研究として、福田敏雄(1988),前掲 13. 多田美香子(1989),前掲 14.がある。

42 和田信哉(2002)「帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究：小学校 3, 4, 5 年生へのインタビュー調査を通して」日本数学教育学会誌 84(12),pp.2-13.

43 和田信哉(2005)「帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究」日本数学教育学会誌,数学教育学論究,83,pp.3-9.

44 福田敏雄(1988),前掲 13.

45 石田淳一(2007),前掲 36.

46 メタ認知の概念は、数学教育では「知識・技能を持っているのに問題が解けない」という研究課題に答えるものとして 1980 年前後から注目されてきた。(p.122) (重松敬一・吉岡睦美(2012)「中学

は、「内なる教師」と喩えられるように、認知についての認知を意味する語である⁴⁷。メタ認知には「作用」と「成果」の2つの側面がある。

清水⁴⁸（1988）は「心理学において『メタ認知』という用語を最初に用いたとされるJ.Flavellはいくつかの例を挙げ、この両面に言及した。また、数学教育における『メタ認知』の研究でも、Flavellの説明に基づいて上の区分が確認されているとし、数学教育におけるメタ認知の概念規定を以下のように行った。

「メタ認知」：自己の認知に関する認知の総称

「作用」の側面：「自己の認知的行為を監視し、調整していく行為」

「成果」の側面：「自己の認知的行為に関する知識」

岡本⁴⁹（1991）は問題解決を規定する発達の要因として知能とは独立にメタ認知を取り上げる必要性を指摘している。さらに、重松・勝美（2010）⁵⁰は数学的問題解決には、知識・理解、技能、ストラテジー活用能力、およびメタ認知が必要であると述べ「メタ認知」という視点から児童の思考を分析することの重要性を以下のような例を挙げて説明している。

「例えば、ある問題を2人の児童が解いているとする。2人の数学的知識は同じであっても解く方法が違ったり、時には一人が解け、もう一人は解くことができなかったりということがよくある。この2人の解決の違いはどんな原因によって引き起こされたのであろうか。少なくとも2人の数学的知識の違いに帰することができないとすると、それぞれのもっている数学に関する知識をどのように活用できたかの違いに原因があったと考えることができるだろう。」

この「数学に関する知識をどのように活用できたかの違い」を生み出すものが「メタ認知」であることから、「メタ認知」は数学的問題解決に対する重要な推進力の一つとして考えられるようになった。

以上より、児童が算数の問題を解決する際に必要な知識として問題内容や公式理解など

生のメタ認知育成のための振り返りシート活用の実践的研究」奈良教育大学紀要(人文・社会),61(1),pp.121-133.)

47 三宮真理子(2008)『メタ認知 学習力を支える高次認知機能』北大路書房,p.2.

48 清水美憲(1988)「数学的問題解決におけるメタ認知の役割」筑波数学教育研究第7号,p.218.

49 岡本真彦(1991)「発達の要因としての知能およびメタ認知的知識が算数文章題の解決に及ぼす影響」発達心理学研究,第2巻,第2号,p.78.

50 日本数学教育学会編(2010)『数学教育学研究ハンドブック第5章 §2 メタ認知』,pp.310-317.

の宣言的知識⁵¹や実際に計算実行の時に必要とされる手続き的知識⁵²だけではなく、メタ認知に関する知識も必要となることが先行研究により明らかになってきたといえよう。

加藤⁵³ (2000) は問題解決過程における認知活動とメタ認知活動の関係について「知識・技能」「ストラテジー」という要素を取り入れたモデルを作成している。

しかし、実際の授業の中で児童のメタ認知を教師がとらえるのは簡単なことではない。なぜなら、通常の問題解決過程においては、メタ認知的活動は言語化され記述される可能性が少ないからである。児童のメタ認知の様相を捉える研究手法として、①質問紙②複数人による問題解決場面での発言を記録する方法③刺激再生法④「算数作文」等の児童の記述分析がある^{54, 55}。問題解決力を育成するために、自分の思考過程の可視化を促す言語的活動の重要性はますます高まりつつある⁵⁶。

その一方で「メタ認知」の指導法について学力下位の児童に対する疑問点も指摘され⁵⁷、問題解決能力の中位群や下位群の児童が数学的な考え方を実感できるような教材や指導方法を検討する必要性も明らかになってきた⁵⁸。

51 宣言的知識とは、「それが何であるかについての知識」である。例えば、分数の割り算について尋ねられて「割る数をひっくり返してかける」と答えたとき、この知識は宣言的知識である。(三宮(2008),前掲 48,p.66.)

52 手続き的知識とは、「どのように行うかについての知識」である。例えば、分数の割り算を実行するときに使う知識である。そのため、実際に割り算の問題を行わせてみるまで、この知識があるかどうかはわからない。(三宮(2008),前掲 48,p.66.)

53 加藤久恵(2000)「数学的問題解決におけるメタ認知の機能とその育成に関する研究」日本数学教育学会誌.数学教育学論究,71/72,pp.21-27.

54 勝美芳雄・重松敬一・小島源一郎(2007)「数学教育におけるメタ認知の研究(22)―新・算数作文の開発とその検証―」日本数学教育学会,第40回数学教育論文発表会論文集,pp.169-174.
日常の算数指導で継続的に実践できる「算数作文」によって、児童へのメタ認知的支援を図る具体的な指導方法を示している。

55 亀岡正睦・神保勇児(2012)「算数科におけるメタ認知形成方略としての「ふきだし法」に関する研究(1)―プロセスレコードによるメタ認知形成過程の考察―」京都文教大学臨床心理学部研究報告第5集,pp.25-35.

「ふきだし法」によって思考過程が可視化され、学習者のメタ認知的気づきを促すとともに、指導者側の子どもの思考に対するメタ認知的気づきを促すことができることが示唆された。

56 論理的思考力を育てる方法として、牧野(1990)は、自分自身の解決についてわかりやすくノートに書くことの重要性を示唆した。筋道立てて考える力を育てるためには、一人一人の児童に根拠や理由をはっきりさせながら問題解決の方法を友達に発表したり説明したりする場面を設定することから、自分の思考過程を書くという行為の重要性を示している。牧野智彦(2008)「知識基盤社会における数学教師の役割について」上武大学ビジネス情報学部紀要,第7巻第1号,pp.57-75.

57 加藤(2000)は「メタ認知を育成する教師の役割」をメタ認知的支援と呼び、それに認知的活動の過程で必要とされる「知識・技能」「ストラテジー」を支援する認知的支援を加えた効果について、小学校第6学年を対象に調査している。その結果、上位群にはメタ認知的支援、中位群にはメタ認知的支援と認知的支援、下位群には認知的支援を主として行うことが有効であることが示されている。つまり、下位群の児童にはメタ認知の要素よりストラテジーをいかにわかりやすく指導するかが大切であるという結論を得た。

58 清水(1996)は問題解決能力に対する知識・理解・技能及び、諸方略的能力の寄与の程度を重回帰分析によって実証的に検討した。その結果、問題解決力を向上させるためには、基本的な知識・理解・技能が不可欠であるとともに、ストラテジー活用能力やメタ認知能力といった方略的能力の育成が必要になることを明かにした。そのために、ストラテジーを意図的に指導する機会を設けることや、問題解決能力の中位群や下位群の児童・生徒にもストラテジーやそれに関わる数学的な考え方を実感できるような教材や指導方法を検討する必要があることを示唆している。

また、日常生活からかけ離れていると考えられる教科書に記述されている算数問題を、児童がメタ認知に関係する知識を自発的に使用して解くようなことは、それほど期待されないという指摘もあることから⁵⁹、メタ認知的支援の具体的な方法については今後の研究が待たれるところである。

以上の先行研究の概観から、児童は問題解決方略を指導するだけでは、そのストラテジーをうまく使うことができないこと、特に学力下位の児童はストラテジーもメタ認知も活用することができていないということが課題として示唆された。

本来問題解決に有効に働くはずのストラテジーやメタ認知がなぜ、学力上位の児童には有効性が認められても中位や下位の児童には有効に働かないのか。児童の思考過程の様相に着目した研究は寡聞にして知ることができない。

（４）2010 年代 主体的・対話的学びを促す方法知

最近では、積極的にメタ認知方略を活用する授業環境の開発⁶⁰が進み、主体的・対話的で深い学びを促す「数学的な活動」についての研究が多くみられるようになった^{61、62}。

また、自己を動機づけ、自ら学習を続けていく態度を育成することの重要性も指摘され、「自己調整学習」の研究も進められてきた。自己調整学習とは、「学習者がメタ認知、動機づけ、行動において自分自身の学習過程に能動的に関与していること」（伊藤 2010）⁶³であり、そのため他者から言われるのではなく、自ら持続的に学習する環境づくりや指導が重要となる。その一方、自己調整学習の研究の課題も指摘されている。

例えば、神藤⁶⁴（2017）は児童が自己調整するときのプロセスについて丹念に質的にも研究してゆく必要があるとし、思考のプロセスについて検討する必要性を述べている。

また現行の学習指導要領に掲げられた「深い学び」とはどのような学びを指し、児童がどういう状態になれば深く学んだといえるのかは未だ明確になっていない。児童の思考過程からのアプローチが待たれる。

清水紀宏(1996)「数学的問題解決における方略的能力に関する研究(V)－問題解決能力に対する方略的能力の寄与率の実証的検討－」全国数学教育学会誌,数学教育学研究,第2巻,pp.59-68.

59 多鹿秀継・中津檜男(2016)「児童の算数問題解決におけるメタ認知方略の活性化」神戸親和女子大学大学院研究紀要,第12巻,pp.1-10.

60 ICT教育の普及に伴い、eポートフォリオを利用したメタ認知支援の研究も進んでいる。
新目真紀・玉木欣也・比嘉邦彦(2012)「eポートフォリオ活用時のメタ認知形成支援に関する考察」研究報告コンピュータと教育(CE)114(1),pp.1-5.

61 下野浩二(2017)「『主体的・対話的で深い学び』を生み出す算数科授業」福祉社会学部論集35(4),pp.31-39.

62 左右田睦月・魚住明生(2017)「技術事象を取り入れた数学的活動に関する基礎的研究」三重大学教育学部研究紀要68,教育科学,pp.263-272.

63 伊藤崇達(2010)『やる気を育む心理学(改訂版)』北樹出版.

64 神藤貴昭(2017)「『自己調整学習』論の可能性－動機付けと個人差にかかわる課題に焦点を当てて－」立命館教職教育研究(4号).

2 先行研究における本研究の位置づけ

問題解決過程には図 1 のような 2 つのとらえ方がある。解決過程 1 は、問題において与えられた情報から答えに至るまでの論理的な道筋である。解決過程 2 は、問題に取り組み始めて、見通しが立たない状況から中心的なアイデアを見出し、さらにそれを筋道だった形にまとめていく過程である⁶⁵。

本研究においては、後者のとらえを採用し、問題解決場面において、見通しの立たない状況から問題構造を捉えて解決の見通しをもつまでの過程を問題解決過程とする。

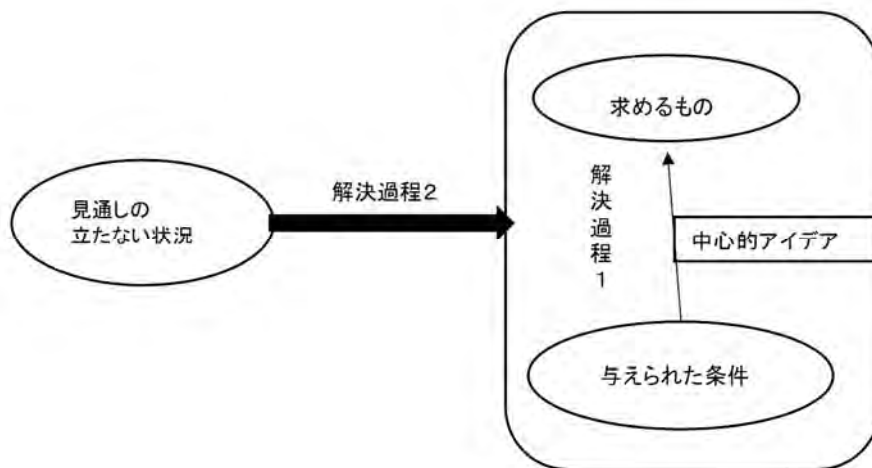


図 1 2つの解決過程（布川 2005）

問題解決過程を「見通しをもつまでの過程」ととらえるならば、解決の見通しが立たない状況というのは直面した問題場面に自分の持っている算数・数学の知識を結び付けられないことといえる。解決過程とは、問題場面の理解が変容することで、自分の持っている算数・数学の知識と問題場面との接点を探っていくことであるという布川（2005）の立場を支持する。見通しを持てるということは、その問題のゴールへ向けての道筋が見えたということであり、ゴールへの道筋が見えたということは問題の構造をつかむことができたといえる。

本研究では、児童が新しい問題場面に出会ったとき、どのように問題構造を捉え解決に至る道筋を見出すことができるのかに焦点をあて、児童の思考過程に即した分析を試みる。分析にあたっては、先行研究でも明らかにされている認知説の立場に立つ。

また、児童は既有の知識や経験を試行錯誤的に組み合わせるなかで、問題に内在する対象の諸関係の意味理解により解決へ到達するというゲシュタルト心理学的アプローチ⁶⁶を

65 布川和彦(2005)「問題解決過程の研究と学習過程の探求」日本数学教育学会誌 87(4),pp.22-34.

66 ゲシュタルト心理学的アプローチでは、問題解決は試行錯誤的に行われるのではなく、洞察によるものであり、それは、無意味な練習と適切な刺激との反応の連合によって形成されるのではなく、対象の諸関係の意味理解によるものであるとする。すなわち、問題解決の促進は各経験の機械的記

支持する立場である。その上で、児童の思考過程を現場教師はどのように見とるのかという具体的な指導方略の要請に応えるためには、それぞれの課題場面に即した事例研究成果の蓄積が必要である。

これまでの研究で問題解決ストラテジーの有効性は示されてきた。実際の教育現場で授業展開も工夫されてきており問題解決型授業が定着しつつある。このような問題解決型の授業展開を行う中で教師が児童の変容を見とる手立ての必要性が増してきた。指導内容の定着度合を調べるために、テストを実施しその正答率から考察した調査研究は見られるが、児童の思考過程そのものに焦点を当てた調査研究は僅少である。

そこで、本研究では、児童が問題構造をとらえる場面を具体的な思考過程に即して質的に明らかにしていくため、グラウンデッド・セオリー・アプローチ（Grounded Theory Approach、以下 GTA と表記する）を用いた分析を試みる。そこから生成した理論仮説は、児童の思考過程の深度を評価する視点の一つとなりうる。

さらに、問題構造をとらえる思考過程の様相が明らかになれば、数学的な見方・考え方を使えていない児童に対する処方箋に寄与することができ、数学的な見方・考え方を問題解決型授業において指導することが可能となる指標を構築するという先行研究上の課題を解決することができる。

第3節 研究目的

本研究の目的は算数の問題解決過程における児童の思考過程を分析することによって、児童が問題の構造をとらえて解決に至るまでのプロセスの特徴を明らかにし、現場教師の実践的課題解決のための理論仮説を提示することである。

さらに、この理論仮説に基づき児童の思考過程を可視化し、正答者と誤答者の思考過程の違いについて明らかにすることによって、児童の問題解決能力の向上に対する具体的方策を示唆する。

憶に依存するのではなく、その構造の理解によって行われる。(太田信夫・多鹿秀継(編)(1991)『認知心理学：理論とデータ』第3部「思考」,第10章問題解決,p.151.)

第 4 節 用語の操作上の限定

本研究は操作上、以下の通り用語を限定する（表 1）。

表 1 用語の操作上の限定

問題解決過程	本研究では問題解決過程を「情報処理の過程」としてとらえる立場 ⁶⁷ をとり、「問題解決場面において、見通しの立たない状況から問題構造を捉えて解決の見通しをもつまでの過程」と定義する。
問題構造	初期状態から解決状態への問題状態の連鎖 ⁶⁸
前向きの思考	帰納的な考え方で、既知条件や既存の知識から分かることを考える思考
逆向きの思考	本研究では、Polya のいう逆向きの思考に依拠し、「逆向きに考える」ストラテジーを「求めたいものから出発し、それがわかるためには何がわかればよいかを考える思考」と定義する。 この思考は「解析的思考 ⁶⁹ 」「分析的思考 ⁷⁰ 」とも呼ばれ、元来作図問題で作図法を発見する過程や幾何の証明問題の中で使われてきた「複雑な問題のある視点からその問題を構成する小問題に分割し簡単な問題に帰着しようとする考え方」のことである。Polya は逆向きの思考が、幾何学、もっと言えば数学の問題だけに限らずもっと広く使われる思考であると指摘している ⁷¹ 。長谷川（2006）は見通しをもつ場面において意識せずに用いられている場合があると指摘している ⁷² 。
メタ認知	算数・数学の問題解決におけるメタ認知に限定し、「解決者による自分自身の認知行動についての認知」とする。清水（1993） ⁷³ の 「問題解決過程を目標の変容過程ととらえメタ認知能力という方略的能力をその目標の変容の推進力として位置付ける」という立場をとる。

67 中島義明他(1999)『心理学辞典』有斐閣。

68 中島義明他(1999) 前掲 67。

69 ボイヤー(1984)『数学の歴史 2』(加賀美鉄雄・浦野由有訳),朝倉書店,pp.102-103
「解析的思考」は紀元前 3 世紀ごろ Pappus が定義したことにより明らかになってきた考え方である。

70 中村幸四郎(1978)『ユークリッド』玉川大学出版部。

古代ギリシャ時代の人々が、はじめて個々の三角形を超えて三角形そのものを考えることができるようになり、また、個々の円を超えて円そのものを考えることができるようになり、かつこれに加えて一般の直線や三角形や円などの間にある一般的な関係ということが考えられるようになったところから始まった考え方の一つ。

71 Polya.G(1954)『いかにして問題をとくか』(柿内賢信訳)丸善(原書は 1945)。

72 長谷川雅枝(2006)「数学的な考え方と問題解決能力」日本数学教育学会誌 88(4),pp.13-22。

実際この思考は問題解決の過程で意識せずに使っている場合がある。例えば複合図形の面積を求める場合、「この図形の面積を求めるには既習の長方形に分ければよいだろう」と見通しを立てるなどはよい例である。

73 清水紀宏(1993)「数学的問題解決における方略的能力に関する研究－方略的能力の生起の分析可能性について－」日本数学教育学会,第 26 回数学教育論文発表会論文集,pp.303-308。

第2章 研究方法

第1節 研究方法の選定

1 本研究における混合研究法の妥当性

John W. Creswell は混合研究法を以下のように定義している。

「研究課題を理解するために、(閉鎖型の質問による)量的データと(開放型の質問による)質的データの両方を収集し、2つを統合し、両方のデータが持つ強みを合わせたところから解釈を導き出す、社会、行動、そして健康科学における研究アプローチである。」⁷⁴

また、21世紀に入り混合研究法は人間科学の研究アプローチとして広く認識され始め、医療・看護・教育といった応用研究の分野では市民権を得ている⁷⁵。本研究は、算数の問題解決場面における児童の思考過程という可視化が難しい領域を研究対象とするものである。したがって、研究方法は主観的な判断に偏らず客観的に信頼性も確保できる混合研究法の手法が妥当であると考ええる。さらに、本研究は、クレスウェルの混合研究法のデザイン6類型⁷⁶から「探索的順次デザイン」を採用し、最初に質的研究を実施し、そこから導出された仮説を量的研究で検証する。

74 John W. Creswell(2007)『早わかり混合研究法』(抱井尚子訳)ナカニシヤ出版,p.2.

John W. Creswell は、このアプローチは、統計的傾向(量的データ)にストーリーや個人の経験(質的データ)を結びつけることにより、どちらか一方のデータのみを使用したときよりも研究課題に対するより良い理解をもたらすと述べている。

75 抱井尚子(2015)『混合研究法入門：質と量による統合アート』医学書院,p.8.

76 3つの基本型デザインと3つの応用型デザインに分かれる。(前掲 74,pp.39-55.)

基本型デザイン

①収斂デザイン(convergent design)では、量的および質的データの収集と分析を別々に実施する。その目的は、量的・質的データ分析の結果を結合することである。

②説明的順次デザイン(explanatory sequential design)の目的は、量的ストランドから始め、次にその結果を説明するための質的ストランドを実施することである。

③探索的順次デザイン(exploratory sequential design)の目的は最初に質的データ収集・分析によって課題を探索し、次に測定尺度や介入の開発を行い、第3段階において量的調査によるフォローアップを実施することである。

応用型デザイン

①介入デザイン(intervention design)には、基本型デザインのうちの1つが加えられる。このデザインの目的は実験もしくは介入試験を実施し、そこに質的データを加えることによって課題を探究することである。

②社会的公正デザイン(social justice design)の目的は社会正義の枠組みから課題を探究することである。研究者は混合型研究全体を通してこの枠組みを貫くことによって基本型デザインを発展させる。

③多段階評価デザイン(multistage evaluation design)の狙いは、特定の状況で実施されるプログラムや活動の成功を長期にわたり評価するために調査を行うところにある。

2 プロトコル分析手法選定の理由

質的研究の方法としてプロトコルデータ（発話データ）を分析することにより、情報を収集し、GTAによってデータを分析し理論生成を行う。

情報収集にプロトコルという手法を選んだのは、プロトコルが内へ向かう言語報告であり、まさに心の内容、働きを語らせたものだからである。中でも高次の精神過程である思考過程などの研究に内観法を積極的に使った研究として Newell、A.&Simon、H.A.の研究にプロトコル分析の原型をみることができる⁷⁷。現在では「授業」という児童と教師の織り成す再現不可能な営みをとらえるのにも、多く用いられている手法の一つである⁷⁸。

しかし、児童の発話が思考過程を反映しているのかという疑問も浮上する。「児童が問題解決を行っているときのプロトコルデータ（発話データ）が、その児童の思考過程を反映しているか」という問題は、プロトコル生産過程のモデルを問題解決の作業過程のモデルに接続することで解決できる。自力解決中の発話は、フィードバック機構としての「メタ認知」が仲介し、プロトコルを生産しているというようにヴィゴツキーの統合モデルに基づいて以下の図 2 のようにモデル化することができる。」⁷⁹。

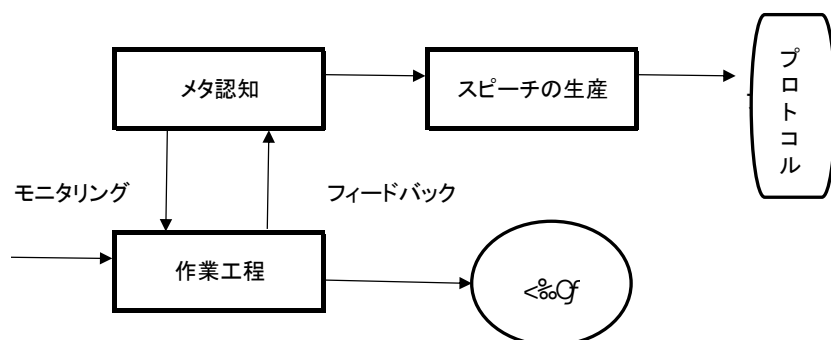


図 2 情報処理モデルに基づくプロトコルの生産

様々な情報収集の方法が確立されている中で、授業の中での自力解決場面における個人内の思考過程を情報とした研究は未だ十分とは言えない。児童の問題解決力を高めるためにどのような手立てがあるのか探る際に、児童の思考過程を見とる視点を示す研究が現場では必要とされている。そこで、本研究では、授業中の自力解決場面における児童の「つぶやき」をボイスレコーダーで記録し作成したプロトコルデータをもとに、ワークシート

77 Ericsson, K.A. & Simon, H.A. (1984); *Protocol analysis-Verbal reports as data*. MIT Press.

78 研究方法にプロトコル分析を用いた研究に以下のものがある。

保森智彦(2017)「算数の授業観察時の発話プロトコル分析を通じた教師の PCK の検討」日本教科教育学会誌 40(1), pp1-14.

山岡武邦・松本伸示(2015)「理科授業における認知的葛藤を生起させるための発問フレームワークの開発と評価～テキストマイニングによる発話プロトコル分析を手掛かりにして～」日本理科教育学会全国大会要領(65), p.276.

79 海保博之・原田悦子(1993)『プロトコル分析入門』新曜社, p.44.

に書かれた記述も参考にして問題解決時における児童の思考過程を分析する。

なお上述の内言に関わって外言について言及しておきたい。高学年においては、外言化が思考を阻害するという先行研究も散見されるが⁸⁰、その一方で、大手町小学校の事例⁸¹や、御所南小学校の取組み⁸²にみられるように外言化が思考を促進するという先行研究もみられる。後者は実践先進校あり、その授業研究会には全国から小学校教員が参観しており、授業実践に大きな影響力をもっている。本研究は現場にそくした実践研究を試みており、後者の立場をとる。本研究では、外言化が思考を阻害することはないとする立場をとる。

第2節 研究の対象と方法

1 研究対象の選定

対象は、以下の小学校 5、6 年生である。

[A 小学校]

横浜市内の公立小学校 5 年生 35 名。各学年 2 クラスで、マンションや住宅街に囲まれた学区をもつ標準的な中規模校である。算数に重点化した校内研究は行っておらず、算数に特化して研究をしている教員はいないため、平均的なデータが期待できることから対象校として選定した。

[B 小学校]

愛媛県内の公立小学校 5.6 年生 45 名。各学年 1 クラスで、農村地帯に位置する小規模校である。算数に重点化した校内研究は行っておらず、算数に特化して研究をしている教員はいない。全国学力学習状況調査の結果もほぼ全国平均並みであるため、対象校として選定した。

2 データの収集期間・方法・内容

(1) 期間

- 1) A 小学校 2014 年 9 月
- 2) B 小学校 2017 年 6 月

80 田中敏(1987)「言語化と問題解決」日本児童研究所(編)『児童心理学の進歩・1987年度版』金子書房,pp.123-143.

81 増井三夫・野田晃・田邊道行・浅井宣人(2010)「自己調整による思考の変容可能性—大手町小学校「学びのノート」の分析—」上越教育大学研究紀要,第 29 卷,pp.141-150.

82 算数科における育てたい「読解力」の一つとして「説明・対話」をあげている。御所南コミュニティ編(2009)「学校大好き!コミュニティ・スクール 未来に輝く小中一貫教育を目指して」,pp.80-83.

（２）方法と内容

本研究は、混合研究法の「探索的順次デザイン」を採用し、最初に質的研究を実施し、そこから導出された仮説を量的研究で検証する。

まず、A 小学校において、質的研究法により理論仮説を生成する。生成したカテゴリーおよび理論仮説を吟味した後、B 小学校において、量的研究法より検証する。

以下にデータ収集方法と、収集するデータを示す。

	データ収集方法	収集するデータ内容
A 小学校	・ 45 分の授業を実施 (指導案は以下の通り)	・ 自力解決時の児童のつぶやき ワークシートの記述
B 小学校	・ 事前のレディネステスト ・ 当日の 45 分の授業 (A 小学校と同じ内容) ・ 事後アンケート ・ 1 週間後の定着度テスト	・ 算数の成績表 ・ 事前テストの正誤表 ・ 授業後のアンケート調査データ ・ 1 週間後の定着度テストの正誤表

授業は、以下の指導案に従い調査者が行った。担任教諭は T2 として個別に机間指導を行ったが、自力解決中の児童への声かけは控えるよう依頼した。

算数科学習指導案

指導者 黒澤 寿美

1. 日時 平成 年 月 日 () 第 校時

2. 学年・組 第 5 学年 組

3. 単元名 「考え方を学ぼう ～虫食い算をつかって～」

4. 単元目標

逆向きの思考を用いて問題を解く方法を知らせ、自分で使ってみようとする意欲をもたせる。

5. 本時の流れとデータ取集方法（４５分）

時	ねらい	学習活動と内容	データ収集法
0	虫食い算を考えた中で「逆向きの思	○問題を把握する（全体） 虫食い算を完成させよう 0 から 9 までの 10 枚のカードを使って□に当て	・ ビデオカメラを 黒板に向かって、 左右に配置し、授 業の様子を撮影す

	考」を知らせる。	<p>はまる数字を入れましょう。</p> $ \begin{array}{r} \square\square \\ + \quad \square \\ \square \\ \hline 1\square\square \end{array} $ <p>○解き方の見通しを立てる。</p>	る。
10		○自力解決（個人）	・各自ボイスレコーダーを机上にセットして、できるだけしゃべりながら解答するように伝える。
25		○自分の解き方を友達に説明する。 （５、６人のグループで） 一人ずつ自分の考え方を友達に説明する。	
35		<p>○練り上げ（全体） ２～３人の解き方（逆向きの思考が顕著に見られたものを選んで）をクラス全員に紹介する。</p> <p>○まとめ 問題解決をするときの「考え方」を紹介する。</p> <p>「逆向きの思考」とは 求めたいものから逆に考えていくと答えがわかりやすくなるときがある。⇒「逆向きの思考」 この他にも、「簡単な場合を考える」「絵や表にする」等の考え方を今まで使ってきたことに気付かせる。</p>	・問題解決のアイデアとして自分が使ったことのあるものに印をつける（学習の振り返りカードに記載）
45		○今日の学習の振り返りを書く。	・振り返りカード（記述式）

まず、全員に問題を提示して説明した後、各自自力解決の時間を設定した。この間の問題解決過程を VTR および IC レコーダーで記録した。IC レコーダーは児童一人に一台ずつもたせ、自力解決しているときの「つぶやき」を録音した。ビデオカメラは教室の窓側前方に設置し問題への取組みの様子を録画し、記録の正確をきした。

収集した録音データからプロトコルを作成し、児童一人一人が書いたワークシートの記述とともに、分析の対象とした。児童一人一人には、ワークシートの問題表示と同じ大きさの数字カード（0～9）を配布し実際にカードを動かしながら問題に取り組むことができるようにした。

調査問題として虫食い算を提示した理由として、いろいろな解決方法を考えながら解く問題であることがあげられる。虫食い算は試行錯誤や解決方法を考えながら解答する必要がある課題として問題解決時の脳活動を調べる研究などにも用いられている⁸³。

また、算数科の教科書で虫食い算が取り扱われている学年は表 3 のとおりである⁸⁴。

表 2 虫食い算の取り上げられている学年

		取り扱い開始学年
加法	(2 桁 + 2 桁)	第 2 学年～
	(3 桁 + 3 桁)	第 3 学年～
減法	(2 桁 - 2 桁)	第 2 学年～
	(3 桁 - 2 桁)	第 3 学年～
乗法	(2 桁 × 1 桁)	第 3 学年～
	(3 桁 × 1 桁)	第 3 学年～
	(小数 × 小数) (2 桁 × 2 桁)	第 5 学年～
除法	(2 桁 ÷ 1 桁)	第 5 学年～

このように、虫食い算は論理的思考を高める良問として、幅広い学年で用いられていることがわかる⁸⁵。そこで本研究では、帰納的な考え方や演繹的な考え方などを駆使しながら進めていく虫食い算の攻略過程に児童の思考過程が表出しやすいと考え、調査問題として設定した。

また、対象者を小学校 5、6 年生とした理由として以下のことがあげられる。

第一に、今回の調査では、数学的内容の獲得が目的ではなく、問題解決過程における思

83 岡本尚子・黒田恭史・前迫孝憲・江田英雄(2009)「授業場面を想定した学習過程児の NIRS による脳活動の特徴—小学生を対象とした虫食い算課題におけるヒント提示実験を通して—」教育実践学研究,10(2),pp.11-20.

84 清水静海監修 啓林館の「あたらしい算数」第 1 学年～第 6 学年.平成 20 年度採用版と平成 23 年度採用版を参照した。

85 盛山隆雄(2013)『「数学的な考え方」を育てる授業』明治図書,pp.82-89.

考の様相、つまり問題解決過程における使用方略や解決プロセスを明らかにすることが目的であるため、発達段階からみて 5 年生ぐらいでメタ認知能力がかなり発達し、自覚的に課題を遂行することができることがあげられる (Cross&Paris⁸⁶(1988)、岡田⁸⁷(1987))。

第二に、学年の違いが問題解決過程に与える影響について調べた Reid.J.R(1995)の研究⁸⁸によると、2 年生と 5 年生の使用方略を調べた結果、計算問題において 2 年生より 5 年生の方がアルゴリズム⁸⁹に固定がみられ誤答も多かったこと、言い換えれば、高学年ほど、既習の知識や方略は持っているにも関わらず、それらをどのように問題解決過程で活用するかに困難を抱えていると考えられることを考慮した。

加えて、今回は被験者が問題を解く思考過程を「つぶやき」という発話により分析するという研究の性格上、閉じた発話空間⁹⁰の設定が必要となる。実験者や級友が周囲にいたとしても、自力解決時の自然な「つぶやき」を得るためには、課題の難易度を工夫する必要がある。なぜなら、被験者自身が「自分には難しくて解けない問題」というメタ認知をもつような課題では、実験者がヒントを出したり問題設定を変更したりするなどの介入が必要となる場合や、一定時間考えても何も方向性が見いだせず発話がない場合が生じる可能性が危惧されるからである。

そこで本調査では、調査問題を解決するために必要な数学的知識はすでに既習であること、より多くの被験者が自分なりの考え方を言葉で表現することができることを考慮し、担任教諭と学級の児童の状況を相談しながら本調査問題を設定した。

3 倫理的配慮

本研究は「環太平洋大学倫理委員会」の承認を得て実施している。

研究対象とした小学校には事前に訪問し、直接校長と担任教諭に、文書及び口頭により研究の趣旨と内容について説明し、研究参加の自由意志に基づいて同意を得た。さらに、担任教諭には、書面によって研究参加協力の同意を得た。

また、2008 年文部科学省および厚生労働省の疫学研究に関する倫理指針に基づき、個人情報保護を遵守し、学校名、担任名、児童名が特定できないように匿名化されたデータを基に分析を行った。

86 Cross,R.D.&Paris,S.G.(1988);Developmental and instructional analyses of children's metacognition and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*,80,pp.131-142.

87 岡田猛(1987)「問題解決の評価に関する発達的研究」教育心理学研究 35,pp.49-56.

88 Reid,J .R.: Mathematical Problem solving strategies; A study of how children make choices. Unpublished Masters of Education Dissertation,University of Western Ontario.1995,Proceedings of 27th Annual Meeting of PME-NA,Virginia Tech,October 2005,p2

89 アルゴリズムとは、誰が実行しても同じ結果が得られ、しかも無限に試行を繰り返すことなく、必ず結果が得られる計算手順のことである。日本数学教育学会編著(2016)『算数教育指導用語辞典』教育出版,p.3.

90 閉じた発話空間とは、聞き手である実験者を格別に意識することなく活動（問題解決+発話）ができる場のことである。海保博之・原田悦子(1993),前掲 79,p.87.

第3節 分析方法

1 分析方法の妥当性

教育分野での質的研究はイギリスでは1960年代から、アメリカやヨーロッパ諸国では1970年代から文化人類学でのエスノグラフィーの方法や社会学の影響を受けて取り組まれるようになってきた。それまでの量的な調査研究で明らかにされない側面である「個々の事象や行為の意味解釈」を構成することを目指している⁹¹。

本研究では、観察データから被験者の体験構造や意識構造、および意識構造への関与とその変容の分析で実績のある⁹²B.G.GlaserとA.L.Straussの質的帰納的記述研究手法であるGrounded Theory Approach (GTA)を採用する。GTAは特定対象領域のデータに密着して (grounded on data) 理論を生成する方法 (approach) であり、このような領域密着理論は「患者のケア、人種関係、教育、非行」といった「特定領域あるいは経験的な領域のために展開」される理論である。GTAは「社会的相互作用に関係し人間行動の予測と説明にかかわり」「データに密着した分析から」理論を生成する。

本研究のフィールドである学校現場においても、GTAによる研究の蓄積は多く、研究手法の有用性が示されている^{93、94}。特に中村光一⁹⁵ (2016) は、数学を作ることを志向した授業における数学的知識の構成の性質を明らかにした学位論文において、社会的相互作用論を背景とした質的方法を採用し、特にGTAを援用している。

GTAは質的研究法の中でも厳密な研究課題の設定とデータの収集方法、そして、データ間の意味関連から概念生成の手順、概念観の理論的関連、生成された理論仮説の妥当性をめぐる論議など、研究方法について第三者による追試が可能であり、方法における客観性が高い。さらに、GTAから生成された理論仮説は多様な領域でより、制度と適用性を高められることが求められている。

91 秋田喜代美・藤江康彦編(2007)『はじめての質的研究法 教育・学習編』東京書籍,p.7.

92 ここでは以下の論文を方法論を学ぶために参照した。

船山美和子(2002)「冠動脈バイパス術を受けた病者の術直後のサバイバルプロセス」日本看護学会誌,Vol.22,No.2.

村井嘉子(2008)「救急初療下における心臓・血管系に障害をもつ患者の体験の構造」日本看護学教育学会誌, Vol.18.,No.1,pp.21-31.

杉山智江・佐鹿孝子(2014)「小児がんの子どもがターミナル期に病気の予後や死の不安・恐怖を「語り」始めた瞬間からの看護師のかかわりプロセス」日本小児看護学会誌,vol.23,No.2.

砂村京子(2016)「学校における保健室・養護教諭の機能と役割に関する質的研究ー養護教諭の生徒へのかかわり方の特徴に着目してー」聖徳大学大学院博士論文.

奥村直子(2017)『「ピアノ遊び」を通した子どもの主体的な表現形成要因の研究ー14年間の追跡データの分析を通してー』聖徳大学大学院博士論文.

93 山田高広(2009)「教育課程に取り組む教員の相互行為における研究主任の役割ー公立 B 中学校における事例研究を通して」上越教育大学大学院 2009 年度修士論文.

94 長野哲也(2008)「子どもの「心に残る」学習活動の要因に関する研究ー卒業作文の生活科と総合的な学習の記述に着目して」上越教育大学大学院 2008 年度修士論文.

95 中村光一(2016)「数学授業における数学的知識の構成に関する研究」日本数学教育学会誌,数学教育学論究,101・102,pp.5-14.

以上のことから本研究における研究方法として GTA を採用する。また、修正版グラウンデッドセオリーアプローチ（M-GTA）ではなく、GTA を用いるのは、GTA がローデータに即してそこからさらに丁寧な解釈を行うためである。

2 分析手順

GTA の派生はいくつかあるが、本研究では、B.G.Glaser と A.L.Strauss によるオリジナル版を採用し、分析手順は増井三夫⁹⁶、砂村京子⁹⁷、奥村直子⁹⁸の GTA の手順を参照する。

以下に分析の手順を示す。

表 3 分析手順

手順	内容
①研究課題の明確化	研究対象分野における実践課題を洗い出す。
②研究テーマの選定	「実際に調査可能な形に絞りこむ」ための「研究上の問い」＝リサーチクエスチョン（Research Question）を設定する。
③データの収集	質的データには、インタビュー、会話記録のほかに、文書資料（手紙、電気、自伝、回顧録、言語録、小説等）がある。 本研究では、授業の中の自力解決場面における児童の「つぶやき」を収集した。
④データの切片化	観察データから状況を定義し、場面を取り出すこと。 行為状況（意味文脈）において、行為の意味を研究テーマ（Research Question）に即して、データに密着して解釈し、その特性を抽出するために行われる。ゆえに、切片は「一行」あるいは「長い・多いデータ」の場合もある。 本研究では、35人の児童の内、正答群と誤答群にわけ、正答群と誤答群の児童のプロトコルデータから問題を解決するための思考過程が表れている箇所を抽出しプロトコルデータを行為状況（意味文脈）に即して切片化した。
⑤思考の特性の	切片化した場面から研究テーマの視点によるローデータを取り出し

96 増井三夫・村井嘉子・松井千鶴子(2007)「GTA におけるレベル 1 の概念化」上越教育大学研究紀要, Vol26, pp.299-316.

97 砂村京子(2016), 前掲 92.

98 奥村直子(2017), 前掲 92.

識別	、ローデータから特性を識別する。 本研究では、思考過程が表出している場面を切片化しているため、思考の特性（property）として、概念の特性と区別した。
⑥ 概念の生成	設定された研究目的に照らして、データの前後の文脈から解釈した特性を比較分類し、共通の特性をを識別して概念を生成する。
⑦ 概念の特性の識別	概念の一覧からその特性を識別する。
⑧ カテゴリーの生成	識別された「概念の特性」を比較分類し、カテゴリーを生成する。
⑨ カテゴリーの説明と定義	生成した概念、特性を使用してカテゴリーの意味を説明し、カテゴリーを定義する。その際、カテゴリーを説明する特徴的なローデータを提示する。
⑩ カテゴリー関連図の作成	概念や概念の特性を用いて、カテゴリー間の関係性を示し、コアカテゴリーを浮上させる。
⑪ コアカテゴリーの生成	カテゴリーの中心を貫くコアカテゴリーを決定する。
⑫ ストーリーラインの作成	カテゴリーと概念図を説明するストーリーラインから、理論的枠組みを作成する。
⑬ 理論仮説（グラウンデッドセオリー）の生成	コアカテゴリーとカテゴリーの理論的関連性を示す。
⑭ 理論仮説のカンファレンス	スーパーバイザー、GTAの専門家、研究協力者とのカンファレンスを行う。

3 GTA における用語の説明

以下に GTA すべてに共通する用語の説明を、わかりやすく解説されている説明文より引用・要約して示す^{99、100、101}。

99 B.G.Glaser&A.L.Strauss(1967) ; “The Discovery of Grounded Theory:Strategies for Qualitative Research” .Aldine Publishing Company,Chicago,1967,後藤隆・大出春江・水野節夫訳(2008)『データ対話型理論の発見』新曜社(初版第 12 刷), p.12.

100 戈木グレイグヒル滋子編(2008)『質的研究方法ゼミナール増補版ーグラウンデッド セオリーアプローチを学ぶー』医学書院(第 1 刷).

101 操華子・森岡崇(1999)『質的研究の基礎ーグラウンデッドセオリー開発の技法と手順ー』医学書院.

切片化

切片をほぼ一文章としてこの文章に埋め込まれた特性を抽出して命名する作業が切片化である。切片化は、調査者の **research question**（具体的な研究目標）にとって意味があると考えられるすべてのデータに対して試みられる。切片化は、行為者の行為の意図を行為者の視点から行為状況を考慮し、解釈してその行為の特性を抽出し、これを命名し概念とするための「道具」ととらえられる。切片化は行為状況において行為者の行為の意味を研究目的に即して、データに密着して解釈し、その特性を抽出することに意味がある。よって、切片は一行の場合もあり、長い・多いデータを切片とする場合もある。

特性

カテゴリーを構成する概念的諸要素をさし、あるカテゴリーが指し示す内容をたとえば、その強度や頻度あるいは特定の性質といったレベルなどで説明するものである。切片時に特性を読み取る作業を行い、なるべく多くの特性を識別する。特性の識別にはそれを表現する言葉の選定に現象を表現する感性が求められる。また、自分の持つバイアス（経験上の先入観）を認知する機会となる。

概念

ある現象を記述する、抽出化された考え、または一般化された考えのことである。データの特性によって定義されたもので、データの中で重要であると識別された特性に名前、あるいはラベルを付けたものである。

カテゴリー

同じ特性を持った概念や考えのまとまりで、分析の単位を形成する。現象を説明する理論的な枠組みである。カテゴリーは研究の目的を再確認し、概念の一覧から特性に基づき構成する。カテゴリー名は概念からとっても良いし、新たに命名してもよい。

特性、概念、カテゴリーと抽象度は異なっているが、一番抽象度が高いのがカテゴリーである。

ストーリーライン

研究において、語られる研究のストーリーの分析的記述および外観のことである。ストーリーラインはカテゴリー間の関係を特性と概念を使用して理論的に説明する。

4 分析の援用理論

本研究においては、問題解決過程を「情報処理の過程」ととらえ、児童は既存の知識や経験を試行錯誤的に組み合わせるなかで、問題に内在する対象の諸関係の意味理解により解決へ到達するというゲシュタルト心理学的アプローチを支持する立場であることは既述したとおりである。

その上で、算数の問題解決学習における児童の思考過程を分析する上で、構成主義的立場にたった数学教育における理解研究の代表的な理論である Skemp,R.R の理解のマトリックスモデルを援用理論とした^{102、103}

表 4 Skemp の理解のマトリックスモデル

		理解の種類			
		道具的 *1	関係的 *2	論理的 *3	記号的 *4
心的活動 様式	直観的	I ₁	R ₁	L ₁	S ₁
	反省的	I ₂	R ₂	L ₂	S ₂

Skemp の示した 4 種の理解について中原忠男¹⁰⁴の記述を参考に以下に説明する。

*1 道具的理解： 理由づけのない規則の適用。ある適切に記憶された規則をそれらがなぜうまくいくかを知ることなしに、ある問題の解決に適用すること。

*2 関係的理解： なすべきこととその理由をともに知っていること。

*3 論理的理解： （i）与えられた仮定および（ii）数学的知識（公理と定理）として確立され受け入れられているものから、適切に選ばれたものを用いて、論理的必然性、すなわち推論の鎖に依拠して主張されていることを導くことによって証拠づけられる理解。

*4 記号的理解： 数学的記号法や表記法を適切な数学的考えと結び付ける能力によって証拠づけられる理解。概念構造によって支配される、記号体系と概念構造の間の相互の同化作用である。

102 Skemp,R.R(1979) : "Goals of Learning and Qualities of Understanding", Mathematics Teaching.No88.p.45.

103 Skemp,R.R(1982) : "Symbolic Understanding",MathematicsTeaching.No99.pp.59-61.

104 中原忠男(1995)『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社,pp.112-115.

Skemp は、これら 4 つの理解を心的活動様式により 2 つのレベルに分けている。

直観的なレベルとは、外界からの情報を受容器を通じて認知し、意識しなくともまた外界に働きかけることが可能なレベルのことを指す。例として、車の運転や解き方のわかっている計算問題などがあげられる。

反省的レベルとは、外界からの情報だけでなく、自分自身に内在する概念体系に照らし合わせてから外界へ働きかけるレベルのことを指す。例として、計算問題を解き答えを出した後、「なぜその答えでいいのか」を考えるとときや、なぜカーブの前にギアを変えるのかと運転初心者に尋ねられたときの返答がそれにあたる。

中原は、先のマトリックス表は、子どもの実態を調査したり、それに基づいて治療的指導などを検討したりする際に役立つとし、特に関係的理解の重要性を示している。

以上の理論を算数の問題解決過程における児童の思考過程を分析する援用理論として用い、児童が問題を解くときの思考過程を解釈する。

5 分析の妥当性

分析に関しては、GTA の専門家によるスーパーバイズを受けながら実施する。また、スーパーバイザーと大学院生 4 名によるカンファレンスを行い協議して、概念名、カテゴリー名、は訂正していく。また、本研究はローデータに基づいて解釈を行い、その解釈の妥当性については、現場教師によって評価されるため、カテゴリーを得た段階で現職小学校教師 3 名とカンファレンスを行い協議して、それをもとにスーパーバイズを受け、必要な修正を加えていくことにより客観性と妥当性を担保する。修正箇所については、論文で必要な限り示していく。

カンファレンス実施期日を以下に示す。

表 5 カンファレンス期日と参加者

実施期日	参加者	実施期日	参加者
2015□1□	A	2015□3□	A
2015□2□	B	2015□3□	B
2015□2□	A	2015□4□	A
2015□2□	B	2015□4□	B
2015□3□	C	2015□4□	B

A : スーパーバイザーおよび大学院生
とのカンファレンス

B : 小学校教師経験のある研究者とのカンファレンス

C : 調査クラス担任教員とのカンファレンス

第4節 対象の概要

授業を行った A 小学校の属性は以下の通りである。

1 学校の概要

A 小学校は首都圏近郊にある Y 市の郊外にあり、昔ながらの住宅街と新しくできたマンション群を抱えた学区になっている。A 小学校は創立 35 年の学級数 13 学級、児童数 364 名 教職員数 21 名の中規模校である。

2 学級の概要

5 年生の本学級担任は経験年数 25 年のベテラン教員である。

算数についてのアンケートでは、算数が好きと答えた児童が 18 名、苦手と答えた児童 12 名、どちらでもないと答えた児童が 5 名であった。

第3章 分析結果

A 小学校 5 年生の 1 クラス 35 名を対象に前述した指導案をもとに 45 分の授業を行い、自力解決時のプロトコルを作成し GTA により分析した結果を以下に示す。

第1節 特性化

本調査問題の正答率は、正答者 27 人/35 人中、誤答者は、8 人/35 人中であった。

データを分析する第 1 段階として、分析対象となるプロトコルデータを切片化し、そこから特性を抽出した。調査を実施した 35 人中、思考過程のはっきり聞き取れた 28 人（正答 25 人誤答者 3 人）の自力解決場面における思考過程が表れている部分を切片化し、25 の特性を抽出した。以下にその工程を示す。なお、各事例中の名前はすべて仮名である。

以下の【 】はカテゴリー、[] は概念の共通特性、《 》は概念、< > は思考の特性、ローデータは斜体で示した。

1 児童の思考過程の切片化と特性の抽出

対象者 28 名のうち正答者（25 名）に共通するリサーチクエスチョン、サンプル設定の理由、状況定義、分析テーマは以下の通りである。

リサーチクエス ション	児童が問題構造をとらえるためにどのような思考過程をたどるのかを探ることを目的とする。
サンプル設定の 理由	試行錯誤しながらも、正答に至った児童の思考過程を抽出するため。
状況定義	授業における自力解決中のつぶやきの場面。
分析テーマ	問題を解決するための、思考過程が表れている箇所を抽出する。

以下に正答者 25 人のプロトコルデータと、切片化したローデータから識別した思考の特性を示す。なお、プロトコルデータは自力解決中の児童のつぶやきを文字化したものである。その思考過程を補うものとしてワークシートに記述された式などの文字データも用いる。また、対極層として、誤答者 3 名のプロトコルデータを示し、切片化したローデータから識別した思考の特性を示す。

(1) 事例1 A児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>ならべて、えっ・・・ 1があるから、うん、これになる数字を考えているの。 小っちゃい方にしよう。今考え中です</p> <p>89+46で135ができました。まあ、ということで今から書いていきます。</p> <p>どうしてそうなったかという、最初にならべかえたのは適当だったんだけど、9+6にして15なので1くりあがり8+4のところは12だけど1くりあがるから13になって135になりました。こんなんでもいいのかな？</p> $ \begin{array}{r} 89 \\ + 46 \\ \hline 135 \end{array} $

場面の説明

A児は当初問題文にある4つの□に適当に数字を並べていこうとしたところ、ならべて、えっと何らかの気づきをを得る。この気づきは問題文の百の位に1が書かれていることであった。そこで、繰り上がるよう数字を選択した。さらに、できた答えを示すとともに、「どうしてそうなったかという」という表現を用いてその理由を一の位から順に説明している。そして、最後に自分の解法を振り返った。

A児の思考過程からは、以下の8つの思考の特性が見いだされた。

<思考の特性> (property)	ローデータ
1 思考錯誤の中から気づく	・ならべて、えっ (A-1)
2 百に繰り上がるための条件を理解している	・1があるから、うん (A-2)
	・これになる数字を考えてるの (A-3)
3 意図をもって数字を選択する	・小っちゃいほうにしよう (A-4)
4 できた答えを示す	・89+46で135ができました (A-5)
5 理由を説明しようとする	・どうしてそうなったかという (A-6)
6 自分の操作を思い出す	・最初に並べ替えたのは適当だったんだけど (A-7)
7 一の位から計算する	・9+6にして15なので1繰り上がり8+4のところは12だけど1繰り上がるから13になって135になりました。 (A-8)
8 解法が正しいか見直す	・こんなんでもいいかな (A-9)

(2) 事例2 B児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

えっと左側は、10以上になればいいんだから、 $3+8$ をして11であっでも、一枚ずつか。 $8+0$ が・・・ $8+1$ が9で・・・まず左側は10以上になんきゃいけないから10以上にならないと、・・・で同じ数が出ないように丁度の数を入れて例えば、 $38+71=109$ あとはね、 $12+96=108$

まず十の位をたして100以上になる数を入れます。

次に一の位でこたえがあまている数(原文のまま)になるようにいれて105になりました。

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 34 \\ \hline 105 \end{array}$$

場面の説明

B児は、当初から百の位に1が書いてあることに気づき、十の位同士をたして10以上の数にすることに着眼している。そして、いったん答えを出したものの、答えの見直しから条件を満たしていないことに気づき、0から順に数字を当てはめていく方法を用いてやり直し始めた。そして百の位に繰り上がるだけでなく、一度使用した数字を除外することで複数の解答を得ることができた。

B児の思考過程からは、以下の7つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
9 十の位を10以上の数にしようとする	・えっと左側は10以上になればいいんだから (B-1)
10 $○+○=○$ ができる	・ $3+8$ をして11 (B-2)
11 答えの見直しから気づく	・であっ、でも、一枚ずつか (B-3)
12 0から順版に数を当てはめる	・ $8+0$ が・・・ $8+1$ が9で・・・ (B-4)
13 十の位を足して10以上の数にしようと思案する	・まず左側は10以上になんきゃいけないから (B-5)
	・10以上にならないと (B-6)
14 一度使用した数字を除外する	・で同じ数がでないようにちょうどの数をいれて (B-7)
15 複数の結果を示す	・例えば、 $38+71=109$ (B-8)
	・あとはね $12+96=108$ (B-9)

(3) 事例3 C児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>右(一の位)を繰り上げないで、左(十の位)だけ繰り上げる</p> <p>右(一の位)を、くりあげないで左(十の位)だけくりあげる</p>
--

場面の説明

C児は一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げるというきまりを用いて解決に至っている。

C児の思考過程からは、以下の特性が見いだされた

思考の特性 (property)	ローデータ
16 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる	・ 右(一の位)を繰り上げないで、左(十の位)だけ繰り上げる (C-1)

(4) 事例4 D児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

100をつくるんだから、ひっ算の答えはなんでもいいの

まず、答えに1が繰り上がっているの、それに合わせて十の位が、繰り上がるようにしていきます。
だから、100をこえるようにして(大きい数を使って)繰り上げをしていくとよいと思いました。

$$\begin{array}{r} 59 \\ + 61 \\ \hline 120 \end{array}$$

場面の説明

D児は問題文の問いの条件を確認することで、答えは一つではないことに気づいた。そして、答えの百の位が1繰り上がっていることを条件とし、この条件を示しながら結果を説明している。

D児の思考過程からは、以下の3つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
17 問いの条件に気づく	・100をつくるんだから、ひっ算の答えはなんでもいいいの(D-1)
18 (条件) なので (結果) こうなる	・まず、答えに1が繰り上がっているの、それに合わせて十の位が、繰り上がるようにしていきます(D-2)
19 (条件) のように (結果) する	・だから、100をこえるようにして(大きい数を使って)繰り上げをしていくとよいと思いました。(D-3)

(5) 事例5 E児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)					
<p>まずは、$5+3$ で</p> <p>答えは・・・(解決に行き詰まる)</p> <p>えっと 9 を置いたから $95+41$ で 136</p> <p>$95+41$ は 136 よっしゃ</p> <p>十の位をくりあげている</p>					
43	95	81	76	65	12
+ 59	+ 41	+ 24	+ 53	+ 24	+ 95
102	136	105	129	109	107

場面の説明

E児は当初適当に数字を置いて計算を試みていた。しかし、すぐ解決に行き詰まる。その後、9の数字を一つ決め、そのカードに合わせて他の数字を決めていき正答にいたった。その後十の位に繰り上げればよいことに気づき多数の別解を求めている。

E児の思考過程からは、以下の5つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
20 適当に数字を当てはめる	・ まずは、 $5+3$ で (E-1)
21 答えがわからなくなる	・ 答え・・・(わからない) (E-2)
22 一つ数字を決めてそれに合うように数字を選ぶ	・ えっと 9 を置いたから $95+41$ で 136 (E-3)
23 達成感を味わう	・ $95+41$ は 136 よっしゃ (E-4)
24 百の位に1が書いてあることと、十の位同士をたすと10以上の数になることが結びつく	・ 十の位をくりあげている (計算多数) (E-5)

(6) 事例6 F児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

(F児は、自力解決当初は無言でワークシートに書き込んでおり、書き終わった後その文章を読み上げた)

百の位に1が立っているので100以上の数にする。

まず、6+2で8です。9と4で13なので、百の位に1繰り上げます。そして、答えは138です。

まず9と4を足して、13。十の位に1繰り上げます。次に1と8で9。さっき繰り上げた1を足します。そうすると、十の位が10になり百の位に1繰り上がります。答えは103です。

まず、6と3をたして、9になります。十の位の7と8をたして、151になります。そして、百の位に1繰り上げ、答えは159です。

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 42 \\ \hline 138 \end{array}$$

場面の説明

F児は、百の位に1が書いてあることから、答えは100以上の数になることに気づいた。そこで、一の位から順番に、まず～次に～という表現を用いて説明をしている。

F児の思考過程からは、以下の2つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
25 百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく	・100の位に1が立っているので100以上の数にする。(F-1)
26 まず～次に～	・まず、6+2で8です。9と4で13なので、百の位に1繰り上げます。そして、答えは138です (F-2)
	・まず9と4を足して、13。十の位に1繰り上げます。次に1と8で9。さっき繰り上げた1を足します。そうすると、十の位が10になり百の位に1繰り上がります。答えは103です。(F-3)
	・まず、6と3をたして、9になります。十の位の7と8をたして、151になります。そして、百の位に1繰り上げ、答えは159です。(F-4)

(7) 事例7 G児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>この問題は100以上200未満になるようにと同じ数が重ならないようにすれば解けます。なので、$74+31$ をして解きました。ほかにも、$45+81=126$ もできました。</p> <p>この問題は 100 以上 200 未満になるようにと同じ数が重ならないようにすれば解けます。なので、$74+31$ をして解きました。</p> <p>①$74+31=105$</p> <p>②$45+81=126$</p>

場面の説明

G児は当初から百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることに気づくとともに、0から9までの10枚の数字カードを使うことにより、同じ数字が2回使えないことにも気づいている。結果は条件をきちんと説明し、他の答えも見つけた。

G児の思考過程からは、以下の4つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
25 百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく	・この問題は100以上200未満になるように (G-1)
27 同じ数字は使えないことに気づく	・同じ数が重ならないようにすれば解けます (G-2)
28 (原因) なので (結果) こうなった	・なので、 $74+31$ をして解きました (G-3)
29 他の答えも考える	・ほかにも、 $45+81=126$ もできた。 (G-4)

(8) 事例8 H児(男児)

プロトコルデータ(太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

同じカードはつかっちゃいけない。1は使えないから1になんないように10のけたが1になんないように、1を抜いて70だと同じカードを使うことになるから、56をするとこれでいいのかあ。

130になるから $73+56$ は130、あまりは $2 \cdot 8 \cdot 9$ です。

つぎの考えまだ他にもある

1は抜いて $92 + \dots$ これ1使っていいんだ。使っちゃだめだと思ってた

同じ数が使えないから同じ数が出ないように百の位に行くように計算しないといけないから、やっぱ間違えた。110をこえちゃだめだから、

十の位足して100まで行かないといけないんだ、50以上、十の位が50以上の数をたしていかなければいけないので $\dots 92+56=148$ できた。

同じ数は使えないけど、たして百の位に繰り上がる計算をしないといけないから、同じカードを使わないように数字を並べた。計算の部分に0を入れてしまうと、答えが0と足した数と同じ数になってしまうからできないから、計算には0をいれることができない。

$$\begin{array}{r} 74 \\ + 56 \\ \hline 130 \end{array}$$

場面の説明

H児は、同じ数字は2回使えないことがわかっている。問題文に1が印刷されていることから1は使えないと誤認識し、「1になんないように」と何度も発言している。1を除いた9枚のカードの中から7と0を選び、56を当てはめるが、計算の部分に0を入れてしまうと、答えが0と足した数と同じ数になってしまうからできないから、計算には0をいれることができないことに気づき73に変更した。 $73+56$ とおくが計算の答えは間違っていることに気づいていない。別解を考えようとして、 $92+\square$ の \square にあてめる数字を考えていたが、隣の席の子の1のカードをつかってよいことを知らされた。

同じ数が2回使えないことと、百の位に繰り上がることは気づいているが、110を超えてはいけないという誤認識に陥っている。百の位に繰り上げるために十の位が50以上の数をあてはめた。

H児の思考過程からは、以下の14の思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
27 同じ数字は使えないことに気づく	・ 同じカードはつかっちゃいけない。(H-1)
30 1 を除外して考える	・ 1 は使えないから 1 になんないように 10 のけたが 1 になんないように (H-2)
	・ 1 を抜いて 70 だと同じカードを使うことになるから、56 をする (H-3)
31 自分の解法に不安を抱く	・ これでいいのかあ。(H-4)
32 〜だから〜です	・ 130 になるから $73+56$ は 130 あまりは $2 \cdot 8 \cdot 9$ です。(H-5)
33 他の解答への意欲を示す	・ つぎの考えまだ他にもある (H-6)
34 友達が 1 のカードを使っていることに気づく	・ 1 は抜いて $92+$ これ 1 使っていいんだ (H-7)
35 自分の思い込みに気づく	・ 使っちゃだめだと思ってた (H-8)
36 2 つの問題条件に気づく	・ 同じ数が使えないから同じ数が出ないように百の位に行くように計算しないとイケないから (H-9)
37 自分の解法の間違いに気づく	・ やっぱ間違えた (H-10)
25 百の位に 1 が書いてあるということ、答えは 100 以上の数になることが結びつく	・ 110 をこえちゃだめだから、十の位足して 100 まで行かないといけないんだ (H-11) ・ 50 以上十の位が 50 以上の数をたしていかなければいけないので (H-12) ・ たして百の位に繰り上がる計算をしないとイケないから (H-14)
23 達成感を味わう	・ できた。(H-13)
38 同じ数字が使えないことを使って解く	・ 同じ数は使えないけど (H-15) ・ 同じカードを使わないように数字を並べた (H-16)
39 同じ数字が出現しないような数字の組み合わせを見つける	・ 計算の部分に 0 を入れてしまうと、答えが 0 と足した数と同じ数になってしまうからできないから、計算には 0 をいれることができない。 (H-17)

(9) 事例9 I 児 (女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

まず一の位の数字を決めて答えの一の位を出す。次に余った数で十の位を作る。ただ、5 以上の数じゃないと、100 にならないから。最後に十の位の答えを出す。

まず一の位の数字を決めて答えの一の位を出す。次に余った数で十の位を作る。ただ、5 以上の数じゃないと、100 にならない(くり上がるように)最後に十の位の答えを出す。

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 64 \\ \hline 135 \end{array}$$

場面の説明

I 児は一の位の数字の組み合わせを決めている。残った数字カードで十の位の組み合わせを考えている。この時、百の位に繰り上がらなければならないことがわかっている。十の位に置くことができる数字は 5 以上でなければならないという誤認識を持っている。

I 児の思考過程からは、以下の 4 つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
40 適当に数字を並べて一の位を作る	・ <i>まず一の位の数字を決めて答えの一の位を出す (I-1)</i>
41 一の位の数字を当てはめた後十の位の数字を考える	・ <i>次に余った数で十の位を作る。 (I-2)</i>
42 百の位に繰り上がるための要件を考える	・ <i>ただ、5 以上の数じゃないと、100 にならない (I-3)</i>
43 最後に十の位の数字を決める	・ <i>(繰り上がるように) 最後に十の位の答えを出す。 (I-4)</i>

(10) 事例10 J児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>左は十の位になる数字にします。右には位があがらないような数字にします。そうすると、答えが出ます。</p> <p>まず、左は十の位になる数字にする。(例、$9+7=16$)</p> <p>右には、位が上がらない数字にする(例 $3+5=8$)</p> <p>そうすると、1□□の答えがでる。(例 168)</p>

場面の説明

J児は、十の位から数字を当てはめている。百の位に繰り上がることに気づいているので例のように足して10以上になる組み合わせを考える。次に一の位の数字は足して10以下にしている。この手順で行えば、別解も求められることに気づいていた。

J児の思考過程からは、以下の3つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
44 百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る	・ まず、左は十の位になる数字にする。 (例、 $9+7=16$) (J-1)
45 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる	・ 右には、位が上がらない数字にする (例 $3+5=8$) (J-2)
46 結果を一般化する	・ そうすると、1□□の答えがでる。 (例 168) (J-3)

(1 1) 事例 1 1 K 児 (男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)	
$9+2=11$ で 1 繰り上げて $7+5=12$ だけど、1 繰り上げているから $12+1=13$ になって答えは 131 になりました。 $7+8=15$ で 1 繰り上げて $6+3=9$ だけど、1 を繰り上げているから $9+1$ で 10 で答えは 105 になりました。	
$9+2=11$ で 1 繰り上げて $7+5=12$ だけど、1 繰り上げているから $12+1=13$ になって答えは 131 $7+8=15$ で 1 繰り上げて $6+3=9$ だけど、1 を繰り上げているから $9+1$ で 10 で答えは 105	
$\begin{array}{r} 79 \\ + 52 \\ \hline 131 \end{array}$	$\begin{array}{r} 67 \\ + 38 \\ \hline 105 \end{array}$

場面の説明

K 児は一の位から数字を当てはめている。始めに 9 と 2 のカードを一の位におき、一の位の答えが 1 になる。十の位は 7 と 5 のカードを置き、12 に繰り上がりの 1 を加えて答えは 131 になった。さらに、すぐ別解に取り掛かり、先ほどと同様に、一の位は 7 と 8 で 15、十の位は 6 と 3 で 9 だが、1 繰り上がっているため 105 という別解を得た。

K 児の思考過程からは、以下の思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
7 一の位から 計算する	・ $9+2=11$ で 1 繰り上げて $7+5=12$ だけど、1 繰り上げているから $12+1=13$ になって答えは 131 (K-1)
	・ $7+8=15$ で 1 繰り上げて $6+2=8$ だけど、1 を繰り上げているから $9+1$ で 10 で答えは 105 (K-2)

(12) 事例12 L児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

100になるような式にして、一の位でも、 $9+4$ だと1繰り上がり、 $6+5=11$
一の位がさっき繰り上がったからその1を足して2になる。そうすると答えは123

100 になるような式にして、一の位でも、 $9+4$ だと 1 くりあがり、 $6+5=11$
一の位がさっき繰り上がったからその 1 を足して 2 になる。そうすると答えは 123

$$\begin{array}{r} 69 \\ + 54 \\ \hline 123 \end{array}$$

場面の説明

L児は問題文から答えが100以上の数になることに気づいた。そこで、一の位でも十の位でも繰り上がるよう数字を組み合わせていく。

まず、一の位に適当に9と4を入れ、答えが13になることから3のカードを候補から外す。残りのカード1・2・5・6・7・8・0のうち、6と5を取り出し十の位へ入れて計算すると11になるが、1繰り上がっていたので、答えは123となった。

L児の思考過程からは、以下の2つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
25 百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく	・100 になるような式にして (L-1)
47 一の位も十の位も繰り上がるようにする	・一の位でも、 $9+4$ だと 1 繰り上がり、 $6+5=11$ 。一の位がさっき繰り上がったからその1を足して2になる。 そうすると答えは123 (L-2)

(13) 事例13 M児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

まずは、えっと、真ん中の段が10以上にならないといけないから、一の位を3と十の位を8として、83で1繰り上がるから8+4にして12にして、127

$$\begin{array}{r} 83 \\ + 4\Box \\ \hline 127 \end{array}$$

そしたら、やっぱ一の位を変えて4と3にして7。

そしたら、 $54+13=167$ 答えは、167

一の位が4+3で、十の位が5+1で6で167

十の位が5で一の位が4で下が十の位が1で一の位が3で答えは167

$$\begin{array}{r} 54 \\ + 13 \\ \hline 167 \end{array}$$

まず、左側は10以上にならないといけない。同じ数ができないように、10以上の数を作る(例 $5+7=12$)これで、5と7と2は使えない。あまった6枚で10以下の数を作る。(例 $3+6=9$)それを位で合わせると129

ほかの例は同じやり方でやる。($38+72=110$)($19+83=102$)

場面の説明

M児は、はじめから十の位に繰り上がることは気づいていた。しかし、□に入る数が4となってしまう、4はもう使っていることから躓いてしまう。そこで、一の位に4と3のカードを並べ、答えを7とした。次に十の位に5と1のカードを持ってきて、答えに6のカードを置き、答えとした。この解答は十の位が繰り上がっていないため、誤答であるが、M児は気づいていない。しかし、さらに別解を考えているときには、十の位を繰り上げて正答を導いている。

M児の思考過程からは、以下の10の思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
25 百の位に 1 が書いてあること と、十の位同士を足すと 10 以上 の数になることが結びつく	・まずは、えっと、真ん中の段が 10 以上にな らないといけないから (M-1)
48 一の位が〇〇で十の位が〇〇	・一の位を 3 と下の位 (十の位のこと) を 8 と して、83 で 1 と下が 4 になって、1 繰り上 がるから $8+4$ にして 12 にして、127 (M- 2)
49 一の位の数字と十の位の数字 を変える	・そしたら、やっぱ一の位を 8 にして 4 と 3 に して 7。 (M-3)
50 答えを先にきめてそれに合う 数字を組み合わせる	・答えは、167 したら、 $54+13=167$ (M-4)
48 一の位が〇〇で十の位が〇〇	・一の位が $4+3$ で、十の位が $5+1$ で 6 で 167 (M-5)
51 答えが 167 になる別解を考えて いる	・十の位が 5 で一の位が 4 で下が十の位が 1 で 1 の位が 3 で答えは 167 (M-6)
24 百の位に 1 が書いてあること と、十の位同士を足すと 10 以上 の数になることが結びつく	・まず、左側は 10 以上にならないといけない (M-7)
52 (条件) のように (結果) する	・同じ数ができないように、10 以上の数を作 る (例 $5+7=6$) (M=8)
14 一度使用した数字を除外する	・これで、5 と 7 と 2 は使えない。あまった 6 枚で 10 以下の数を作る。(例 $3+6=9$) それを位で合わせると 129 (M=9)
53 残った数字を組み合わせる	・(例) ほかの例は同じやり方でやる。 ($38+72=110$) ($19+83=102$) (M-10)

(1 4) 事例 1 4 N 児 (男 児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)
<p>ここ1ってことは繰り上がらないといけなから9と1をおいてあと (一の位に) 1と0を置いて101</p> <p>ぼくが考えた式は、$91 + 10 = 101$ になる式です。</p> <p>まず、2と3をおいて5になって、次に9と1を足して、最初から百の位に1かいてあったから、足して必ず100以上にならないといけなので9と1をおいて10に答えがなったから1繰り上げて101になる。</p> $ \begin{array}{r} 91 \\ + 10 \\ \hline 101 \end{array} $

場面の説明

N 児は、問題文に書かれている 1 に着目し、百の位に繰り上がらなければならないことに気づいた。そこで、9 と 1 を選び、足される数と足す数の十の位に記入した。そして、一の位には 0 と 1 を書き入れ、答えを 101 とした。しかし、本人は配布したカードも使わなかったため、題意である「同じ数字は 2 度使わない」ということには気づいていない。

N 児の思考過程からは、以下の 4 つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
54 百の位に 1 が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく	・ここ 1 ってことは繰り上がらないといけなから (N-1)
55 ○と○で○になる	・2 と 3 をおいて 5 になって次に 9 と 1 を足して (N-2)
25 百の位に 1 が書いてあることと、答えが 100 以上の数になることが結びつく	・最初から百の位に 1 かいてあったから、足して必ず 100 以上にならないといけなので (N-3)
56 十の位の計算を説明している	・9 と 1 をおいて 10 に答えがなったから 1 繰り上げて 101 になる。(N-4)

(15) 事例15 0児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

1があるから... だめだだめだだめだ。 まって、 $89+...1$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

くりあげればいいんでしょ。 20・・・あ、だめだ。

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline 109 \end{array}$$

うんと、 $89+1$ $89+2...$... $89+12$ $89+13$

$89+14$ 、1繰り上がるんだから、 $80+$ うんと14、 $89+14$ 、

$9+4$ で1繰り上がって、 $8+1+1$ で1繰り上がる。

よしこれでいいや。できた。

足し算では、足して十の位になると1繰り上がるから... あっこれじゃだめだ。

$1+3$ は4 うんと、 $13+21$

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 21 \\ \hline 4 \end{array}$$

あっこれじゃ1繰り上がらないや。 じゃあ84にしちやおう。

それで1繰り上がるためには、・・・、 16になると1繰り上がるから100

$$\begin{array}{r} 84 \\ + 16 \\ \hline 100 \end{array}$$

そっか、こっちもこっちも繰り上がるのか...

十(の位)と一(の位)と繰り上がるから $69+31$ で答えは100

(隣の子に0が2つあることを指摘される) じゃあ・・・かえなきゃだめか...

$78+62$ をして140

$$\begin{array}{r} 78 \\ + 62 \\ \hline 140 \end{array}$$

できた！簡単すぎだよ

場面の説明

百の位に 1 が繰り上がっていることには気づいており、数字を小さい方から順番にあてはめている。しかし、同じ数字が 2 つ表れてしまうことに気づき自分の見通しを修正して解決に至った。

O 児の思考過程からは、以下の 22 の思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
57 問題文の百の位に着目する	・ 1 があるから... (O-1)
58 うまくいかない	・ だめだだめだだめだ。(O-2)
59 適当に上の段に数字をおき 1 をたす	・ まって、 $89 + \dots 1$ (O-3) $\begin{array}{r} 89 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$
60 繰り上げればよいことに気づく	・ くりあげればいいんですよ。(O-4)
61 題意に合わず失敗したことに気づく	・ $20 \dots$ あ、だめだ。(O-5) $\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline 109 \end{array}$
62 1 から順番に数字を当てはめる	・ うんと、 $89 + 1$ $89 + 2 \dots$ (O-6) ・ $\dots 89 + 12$ $89 + 13$ $89 + 14$ 、1 繰り上がるんだから、 $80 +$ うんと 14 、 $89 + 14$ (O-7)
63 計算手順を説明する	・ $9 + 4$ で 1 繰り上がって、 $8 + 1 + 1$ で 1 繰り上がる。 (O-8)
64 自分の解答が正しいと感じる	・ よしこれでいいや。(O-9)
65 解決したという意思表示	・ できた。(O-10)
66 既習の事柄を用いて繰り上がりを説明しなおす	・ 足し算では、足して十の位になると 1 繰り上がるから... (O-11)
67 自分の解決途中で壁に直面する	・ あっこれじゃだめだ。(O-12)
68 適当な数字を置き、一の位を計算する	・ $1 + 3$ は 4 うんと、 $13 + 21$ (O-13)

	$\begin{array}{r} 1\ 3 \\ + 2\ 1 \\ \hline 4 \end{array}$
69 百の位に繰り上がらないことに気づく	・ あっこれじゃ 1 繰り上がらないや。(O-14)
70 別の数字で試してみる	・ じゃあ 84 にしちゃおう。(O-15)
71 百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか考える	・ それで 1 繰り上がるためには、・・・、 (O-16)
72 くり上がる理由を説明する	・ 16 になると 1 繰り上がるから 100 (O-17) $\begin{array}{r} 8\ 4 \\ + 1\ 6 \\ \hline 1\ 0\ 0 \end{array}$
73 2 回繰り上がって百の位に 1 が立つことに納得する	・ そっか、こっちもこっちも繰り上がるのか... (O-18)
74 2 回繰りあがって答えが出たことを説明する	・ 十の位と一の位と繰り上がるから $69 + 31$ で答えは 100 (O-19)
75 同じ数が 2 回でないためにはどうしたらいいか考える	・ 隣の子に 0 が 2 つあることを指摘される) じゃあ・・・かえなきゃだめか... (O-20)
76 二つの数字を足して同じ数が 2 回でないことを確認する	・ $78 + 62$ をして 160 (O-21) $\begin{array}{r} 7\ 8 \\ + 6\ 2 \\ \hline 1\ 4\ 0 \end{array}$
77 解決した喜び	・ できた！ (O-22) (解決した喜びを表す)
78 自分の解決を振り返って問題の難易度を実感する	・ 簡単すぎだよ (O-23)

(16) 事例16 P児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

私は、 $71+35=106$ をしました。

5 と 1 を足して 6. もう最初から百の位に 1 が書いてあるから 100 を超える答えをだして、7 と 3 を足して 10. 1 繰り上げて 100 で答えが 106 になりました。

私は、 $71+35=106$

5 と 1 を足して 6. もう最初から百の位に 1 が書いてあるから 100 を超える答えをだす。7 と 3 を足して 10. 1 繰り上げて 100 で答えが 106 になる。

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 35 \\ \hline 106 \end{array}$$

場面の説明

P 児は、一の位を 5 と 1 に決めて、十の位は問題文の百の位に 1 が書かれていることから、100 を超える答えにするために 7 と 3 を用いている。

P 児の思考過程からは、以下の 3 つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
55 ○と○で○になる	・ 5 と 1 を足して 6 (P-1)
54 百の位に 1 が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく	・ もう最初から百の位に 1 が書いてあるから 100 を超える答えをだす (P-2)
56 十の位の計算をする	・ 7 と 3 を足して 10 1 繰り上げて 100 で答えが 106 になる (P-3)

(17) 事例17 Q児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>1 が書いてあるから、100 以上にするために十の位を繰り上げるから・・・</p> <p>7 と 3 で 2 と 8 でいい。</p> <p>100 以上にするために十の位を繰り上げる</p> <p>72+38=110</p> <p>43+67=110</p> <p>39+75=114</p>
--

場面の説明

Q児は、問題文の百の位に1が書かれていることから、答えが100以上にならなければならないことに気づき、そのためには十の位を繰り上げなければならないことがわかっている。このことを用いて、別解を含め3つの解答を示した。

Q児の思考過程からは、以下の思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property)	ローデータ
24 百の位に1が書いてあることと、十の位同士をたすと10以上の数になることが結びつく	・100以上にするために十の位を繰り上げる (Q-1)

(18) 事例18 R児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

$7+3=10$ で1繰り上げて、 $8+5=13$ に1をたして14になって、1繰り上げて答えは140になりました。

あと、 $1+4=5$ で $7+6=13$ で1繰り上げて答えは135になりました。

$$\begin{array}{r} 87 \\ + 53 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 64 \\ \hline 135 \end{array}$$

$7+3=10$ で1繰り上げて、 $8+5=13$ に1をたして14になって、1繰り上げて答えは140

$1+4=5$ で $7+6=13$ で1繰り上げて答えは135

場面の説明

R児は一の位から考え始めた。一の位どうしを足して繰り上がり、十の位どうしも繰り上がるような数字を組み合わせている。この考えを使って、たくさんの解を見つけることができた。

R児の思考過程からは、以下の思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
79 $\bigcirc+\bigcirc=\bigcirc$ で1繰り上げて $\bigcirc+\bigcirc=\bigcirc$	・ $7+3=10$ で1繰り上げて $8+5=13$ に1をたし 14になり、1繰り上げて答えは140 (R-1)
	・ $1+4=5$ で $7+6=13$ で1繰り上げて答えは135 (R-2)

(19) 事例19 S児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

まず、一の位から計算して $4+3=7$ でつぎに十の位は $8+2$ をして繰り上がるので答えは107です。

まず、一の位から計算して $4+3=7$ でつぎに十の位は $8+2$ をして繰り上がるので答えは107です。

$$\begin{array}{r} 84 \\ + 23 \\ \hline 107 \end{array}$$

場面の説明

S児は、一の位は繰り上げずに、十の位は繰り上がるように数字を組み合わせている。この考えを使って別解も求めている。

S児の思考過程からは、以下の思考の特性が見いだされた。

思考の特性 □property□	ローデータ
26 まず～、次に～	・まず、1の位から計算して $4+3=7$ でつぎに十の位は $8+2$ をして繰り上がるので答えは107です。(S-1)

(20) 事例20 T児(女児)

<p>プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)</p> <p>まずここを85にして、百の位に1がくるんだから、くりあがるから、 2にして10にくりあげて、 一の位は3にして、これじゃだめなのか、1枚しかないから・・・ 一の位は4にして109になる。</p> <p>百の位に1がくるってことは、繰り上がっているということだから十の位が繰り上げられるようにする。</p> $ \begin{array}{r} 85 \\ + 24 \\ \hline 109 \end{array} $

場面の説明

T児は、足される数を適当に85と置いた。そして、足す数を考えるときに、答えの1に着目し、百の位に繰り上がるためにはどうしたらよいかを考えている。

当初は一の位を3にしたところ、一の位の答えが8になり、同じ数は2度使えないことから、4へ変更している。

T児の思考過程からは、以下の7つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
20 適当に数字を当てはめる	・まずここを85にして (T-1)
54 百の位に1が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく	・百の位に1がくるんだから、くりあがるから (T-2)
44 百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る	・2にして10にくりあげて (T-3)
80 一の位から順番に数字を当てはめる	・1の位は3にして (T-4)
81 同じ数字が2回出ないように考える	・これじゃだめなのか、1枚しかないから・・・ (T-5)
82 同じ数字にならないように数字を入れ入れ替える	・1の位は4にして109になる。 (T-6)
54 百の位に1が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく	・百の位に1がくるってことは、繰り上がっているということだから十の位が繰り上げられるようにする。 (T-7)

(21) 事例21 U児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

まず、84の一の位の4と92の一の位の2をたすと、6になります。

つぎに、 $80+90=170$ となるので $170+6$ をすると、176 となります。

まず、84 の一の位の 4 と 92 の一の位の 2 をたすと、6 になります。

つぎに、 $80+90=170$ となるので $170+6$ をすると、176 となります。

$$\begin{array}{r} 84 \\ + 92 \\ \hline 176 \end{array}$$

場面の説明

U児は一の位どうしを足して答えを出した。次に、十の位どうしを足し百の位に繰り上げるようにした。自分が答えを導いた手順を、順序立てて説明している。

U児の思考過程からは、以下の2つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
26 まず～次に～	・まず、84 の一の位の 4 と 92 の一の位の 2 をたすと、6 になります。
56 十の位の計算を説明する	・つぎに、 $80+90=170$ となるので $170+6$ をすると、176 となります。

(2 2) 事例 2 2 V 児 (男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

上のだんの十の位に4を置いて、1の段に3を置いて、下の十の位に7をおいて、一の位に5を置いてたすと答え118になる。

上のだんの十の位に4を置いて、1の段に3を置いて、下の十の位に7をおいて、一の位に5を置いてたすと答え118になる。

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 75 \\ \hline 118 \end{array}$$

場面の説明

V 児は、十の位から数字のカードを決めていった。十の位は繰り上がるように数字の組み合わせを4と7にして、一の位は残りの数字から繰り上がらない組み合わせを当てはめている。

V 児の思考過程からは、以下の思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
83 十の位から順番に数字を当てはめる	・上の段の十の位に4を置いて、1の段に3を置いて、下の十の位に7をおいて、一の位に5を置いてたすと答え118になる。(V-1)

(23) 事例23 W児(女児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

大きい数の方がいいから

うんと6+4で・・・7と5なら1くりあがるから答えが0、6+4は0で1繰り上がって1+5+7で13？これで答えが130？になる？

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 74 \\ \hline 130 \end{array}$$

これできたらどうするんですか？

あとは一番小さいのまず一の位が繰り上がってそれから7と3で0？あと6と8と1で

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 83 \\ \hline 100 \end{array}$$

でもこうすると0が2つになっちゃうから、6と7で13だから、これで確実に百の位にいく。繰り上がってるから1+9+2で12だめだ。2がない。

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 21 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 27 \\ \hline 123 \end{array} \quad \begin{array}{r} 96 \\ + 57 \\ \hline 153 \end{array}$$

じゃあ5だ1+9+5は15、だめだ、ないわ、

9じゃだめだ、8？1+8+5は14だからあるわ。できた、86+57で143

$$\begin{array}{r} 86 \\ + 57 \\ \hline 143 \end{array}$$

まず、右のほうを6+7=13にする。次に、左を繰り上げた1と8+5をする。となりに1があって繰り上げないといけないから、今残っている中でできる数を選ぶ。なので、86+57=143になった

場面の説明

W 児は問題文の百の位に 1 が書かれていることから「大きい数のほうがいいから」と表現して、繰り上がるための数字の組み合わせを考えている。次に、自分で正答の中で一番小さいものを見つけようとしたが、答えを 100 にするには 0 が 2 つになってしまうことに気づき断念している。

次に、十の位に 9 を持ってくると、1 の位がくりあがったときには、足す数の十の位と答えが同じ数字になってしまうことに気づいた。そこで、9 を 8 に変えて試行したところ、正答を導き出すことができた。

W 児の思考過程からは、以下の 10 の思考の特性が見いだされた。

思考の特性□property□	ローデータ
84 繰り上がるには大きな数がいいことに気が付いている	・ 大きい数の方がいいから (W-1)
44 百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る	・ うんと $6+4$ で・・・7 と 5 なら 1 くりあがるから (W-2) ・ 6 と 7 で 13 だから、これで確実に百の位にいくから繰り上がってるから (W-6)
85 自分で出した答えが正しいか確認している	・ $6+4$ は 0 で 1 繰り上がって $1+5+7$ で 13? これで答えが 130? になる? (W-3)
86 百の位に繰り上がる数の中で一番小さい物を探そうとしている	・ あとは一番小さいのまず一の位が繰り上がってそれから 7 と 3 で 0 (W-4)
81 同じ数字は 2 回出ないように考える	・ あと 6 と 8 と 1 で・・・でもこうすると 0 が 2 つになっちゃうから (W-5) ・ $1+9+2$ で 12 だめだ。2 がない。(W-7)
87 自分の見当を変える	・ じゃあ 5 だ $1+9+5$ は 15 (W-8)
88 同じ数字が出現してしまうことに気づく	・ だめだ、ないわ、9 じゃだめだ (W-9)
39 同じ数字が出現しないような数字の組み合わせを見つける	・ 8? $1+8+5$ は 14 だからあるわ (W-10)
89 できた喜び	・ できた、 $86+57$ で 143 (W-11)
26 まず～次に～	・ まず、右のほうを $6+7=13$ にする 次に、左を繰り上げた 1 と $8+5$ をする

	(W-12)
54 百の位に 1 が書いてあること と、繰り上げなければならない ことが結びついている	・ となりに 1 があって繰り上げないといけない から今残っている中でできる数を選ぶ。 なので、 $86+57=143$ になった (W-13)

(24) 事例 24 X 児 (男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)
<p>まず、うんと、えっと 5 置いて 4 置いて 6 を 4 の下に置いて、あれ？</p> $\begin{array}{r} 54 \\ + 6 \\ \hline \end{array}$ <p>7 置いて 10 から 6 だから 4 置いて、5 たす 7、できた。</p> $\begin{array}{r} 76 \\ + 54 \\ \hline 130 \end{array}$ <p>他には、次は 5 のところに 6 をおいて、6 の上に 4 をおいて、5 を一の位にもってきて、3 をおけば、8 で、108 か。</p> $\begin{array}{r} 45 \\ + 63 \\ \hline 108 \end{array}$ <p>今度は、うんと、7 と 3 で 10 で 0 をおいて、 6 + 5 で 10 繰り上がって 120 になった。はい、できた。</p> $\begin{array}{r} 67 \\ + 53 \\ \hline 120 \end{array}$ $\begin{array}{r} 74 \\ + 31 \\ \hline 105 \end{array}$ <p>79+31=120 67+43=120 74+31=105</p>

場面の説明

X 児は、最初適当に数字を当てはめた。しかし、百の位に繰り上がらないことに気づき、数字を入れ替える。繰り上がるためには、同じくらいの数字組み合わせを 10 以上に行っている。

X 児の思考過程からは、以下の 6 つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property□	ローデータ
20 適当に数字を当てはめる	・まず、うんと、えっと 5 置いて 4 置いて 6 を 4 の下に置いて、(X-1)
90 繰り上がらないことに気づく	・あれ？ (X-2)
91 繰り上がるように足して 10 になる組み合わせを作る	・7 置いて 10 から 6 だから 4 置いて、5 たす 7、できた。(X-3)
92 別の解き方に挑む	・他には、次は 5 のところに 6 をおいて、6 のところに 4 をおいて、5 を下にもってきて、3 をおけば、8 で、108 か (X-4)
93 自分なりの規則性を見つける	・今度は、うんと、7 と 3 で 10 で 0 をおいて、6 + 4 で 10 で 120 になった (X-5)
78 解決した喜び	・はいできた。(X-6)

(25) 事例25 Y児(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)

ほーそっか、えっと89くらいにしといて67にしたら、でもだめか、じゃあ61 に して・・・あっ、できた。

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 61 \\ \hline 150 \end{array}$$

えっと897654のどれかが入るから、8は20だめだ、1と5で6で85であそうか、あわかった、83もはいりそうだな、うん、じゃあここが4になると83+41で124か

$$\begin{array}{r} 8\square \\ + 20 \\ \hline 1\square\square \end{array} \quad \begin{array}{r} 85 \\ + 41 \\ \hline 126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 83 \\ + 41 \\ \hline 124 \end{array}$$

こうやるんだな、とか、おれわかった。

場面の説明

Y児は、はじめ適当に数字を当てはめていたが、 $89+67$ では、一の位に6が出てきてしまうため、うまくいかなかった。そこで、 $89+61$ にしたところ正答に行き着いた。次に別解を考え始めたが、自分で大体の検討をつけて数字を当てはめるもううまくいかず試行錯誤を繰り返す。最後に出した解は4を2回使っているが本人は気づいていない。

Y児の思考過程からは、以下の8つの思考の特性が見いだされた。

思考の特性 (property□)	ローデータ
20 適当に数字を当てはめる	<ul style="list-style-type: none"> ・ ほーそっか、えっと 89 くらいにしといて 67 にしたら (Y-1) ・ じゃあ 61 にして (Y-3) ・ 15 で 6 で 85 で (Y-7)
94 自分の見当が外れ落胆する	<ul style="list-style-type: none"> ・ でもだめか、(Y-2)
95 偶然に正解する	<ul style="list-style-type: none"> ・ あってできた (Y-4)
96 自分なりの予想を立てる	<ul style="list-style-type: none"> ・ えっと 8 9 7 6 5 4 のどれかが入るから (Y-5)
37 自分の解法の間違いに気づく	<ul style="list-style-type: none"> ・ 8 は 20 だめだ (Y-6)

97 解決の見通しが立った	・あそうか、あわかった、83 もはいりそうだな、 (Y-8)
98 同じ数を 2 回使っていることに気づかない	・うん、じゃあここが 4 になると $83+41$ で 124 か (Y-9)
99 解決した満足感	・こうやるんだな、とか、おれわかった。 (Y-10)

(26) 事例26 誤答者①(女児)

対極層として誤答者3名の思考の特性を示す。

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)
<p>あてはめる？</p> <p>こうじゃないと、7とか8とかくりあがってるから、おっきい数にしないと・・・</p> <p>ここは、7と4だったら、こたえちがう131だ、4を使いたい。</p> $ \begin{array}{r} 42 \\ + 81 \\ \hline 123 \end{array} $ <p>あつ2だ、だめだ、115、125か、</p> <p>あーわかんない。</p>

場面の説明

□に数字を当てはめるという問題の意味を確認したあと、百の位の1に着目し「おっきい数にしないと」と自分なりの見当を付けた。

しかし、適当に数字を当てはめるもうまくいかず、解決への意欲を失った。

思考の特性 (property)	ローデータ
1 問題の意図が分からない	・ 当てはめる？ (①-1)
2 百の位に繰り上がっているから大きい数字を入れようとしている	・ こうじゃないと7とか8とか・・・繰り上がってるから、おっきい数にしないと (①-2)
3 適当な数の組み合わせ	・ ここは、7と4だったら (①-3)
4 自分の計算間違いに気づく	・ 131だ。こたえちがう (①-4)
5 自分のこだわりで使いたい数字を一つ決める	・ 4を使いたい (①-5)
6 解決に行き詰まる	・ あつ2だ、だめだ (①-6)
7 答えの□に当てはめる数字を適当に見当をつけている	・ 115・・・125か (①-7)
8 問題を解くのをあきらめた	・ あーわかんない (①-8)

(27) 事例27 誤答者②(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)
<p>まず・・・やっぱやめて、$98+えっと76$でこれは4(1の位のこと)$98+76$はえっと4で1くりあがって、$6666?6?6?7$か、まあ、いいや全部と4の$6?7$か答え174か。えっと$98+76$は174だね</p> <p>これでいいの?先生?これでいいの?</p> <p>カード使うの?なくね?えーカード使うの?</p> <p>あとは適当にやろう。</p> <p>えっと$20+・・・$なんで百の位に繰り上がる?</p> <p>$98+12$違ういいや、これをうー(考え込む)</p> <p>5で9になっちゃう</p> <p>こうして$98+53$でえっと8の3で141答えはあつよっしゃ全部できた。</p> <p>$98+53=141$</p> <p>でいいのか、これで4枚余るラッキー</p> <p>$98+53=141$</p> <p>$49+51=106$</p> <p>$90+12=102$</p>

場面の説明

はじめ適当に数字を入れて、一の位から計算している。自分なりに答えを出したものの、答えに自信が持てずに、教師にあってるか確認している。カードを使うことを友達のやり方を見て気づくが、適当に並べている。繰り上がりを忘れて、不正解になっているにもかかわらず気づいていない

思考の特性 (property)	ローデータ
9 はじめに決めた見通しを変更	・まず・・・やっぱやめて(②-1)
10 適当に数字を並べて計算する	・ $98+えっと76$ でこれは4 (1の位のこと)(②-2)
11 一の位の計算をし、十の位の計算に手間取っている	・ $98+76$ はえっと4で1くりあがって、 $6666?6?6?7$ か、(②-3)
12 自分なりの答えを導き出す	・まあ、いいや全部と4の $6?7$ か。答え174か(②-4)

13 自分の出した答えを確認する	・ えっと $98+76$ は 174 だね (②-5)
14 自分の答えに不安を持っている	・ これでいいの？先生？これでいいの？ (②-6)
15 周りの子がカードを使っているのに気づく	・ カード使うの？なくね？えーカード 使うの？ (②-7)
16 適当にカードを並べる	・ あとは適当にやろう。(②-8)
17 十の位を2にするともう一つは何の数字になるか考えている	・ えっと $20+$ なんて百の位に繰り上がる？ (②-9)
18 答えが110になるので同じ数字が出て悩んでいる	・ $98+12$ 違ういや、これをうー(考え込む) (②-10)
19 1のカードを5のカードに置き換えてみる	・ 5で9になっちゃう (②-11)
20 計算して答えを出す	・ こうして $98+53$ でえっと8の3で141 (②-12)
21 問題がとけて達成感を味わっている	・ あっよっしゃ全部できた。(②-13)
22 自分の出した答えを確認して安心する	・ $98+53=141$ でいいのか、これで4枚 余るラッキー (②-14)

(28) 事例28 誤答者③(男児)

プロトコルデータ (太字ゴシックはワークシートに記載された計算式や文字)
<p>9・・・3・・・8・・・6 (適当に並べる)</p> <p>いいの？</p> <p>ここが9でつかえないの・</p> <p>ちがう失敗した。</p> <p>59+9・・・9・・・8・・・7・・・えっとこれが9+7が16で</p> <p>5+8は13で一繰り上がるから14</p> <p>こたえは146 あーできた、</p> <p>8+ちがうな、53+60・・・53+62は・・・63+68は・・・4で</p> <p>5+6で11</p> <p>あーだめだ、おてあげ</p> $ \begin{array}{r} 24 \\ + 86 \\ \hline 110 \end{array} $

場面の説明

適当に数字を当てはめたが、自分のやり方に自信が持てず、自問している。同じ数字が2度出現してしまい別の数字に変更している。その後も適当に数字を当てはめるが題意に合わず解決を諦める。

思考の特性□property□	ローデータ
23 適当に数字をあてはめる	<p>・9...3...8...6 (③-1)</p> $ \begin{array}{r} 9\ 3 \\ + 8\ 6 \\ \hline 9 \end{array} $
24 自分のやり方に自信が持てない	・いいの？ (③-2)
25 一の位をたしたら同じ数が出て失敗	<p>・ここが9で使えないの。</p> <p>ちがう失敗した。(③-3)</p>
26 自分の予想の間違いに気づく	・順番に当てはめる (③-4)
27 数字を順番に当てはめる	・5+8は13で一繰り上がるから14 (③-5)
28 計算手順を説明する	・答えは146 あーできた、かな？ (③-6)
29 自分なりの答えが出せたが不安	・8+ちがうな (③-7)

30 間違いに気づく	・ $53+60\dots 53+62$ は... $63+68$ は... (㊸-8)
31 適当に数字を当てはめていく	・ $5+6$ で 11 (㊸-9) $\begin{array}{r} 5\ 3 \\ +\ 6\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 3 \end{array}$
32 題意に合わないことに気づく	・ あーだめだ。(㊸-10)
33 あきらめの気持ち	・ おてあげ (㊸-11)

第2節 概念の生成

正答者 25 人の切片化したローデータから思考の特性 (property) として 99 の特性が生成された。これらから共通の特性を見出し概念化した。その結果、14 の《概念》が生成された。〈思考の特性〉と《概念》の相関は以下の通りである。なお、思考の特性からカテゴリーまでの一覧は (資料 1) として添付した。

正答者の概念 (表 6) を以下に示す。

表 6 正答者に表れた概念 () 内は児童の記号

概念	思考の特性
1 問題 条件 への 着目	17 問いの条件に気づく (D)
	16 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる (C)
	96 自分なりの予想を立てる (Y)
	57 問題文の百の位に着目する (O)
	42 百の位に繰り上がるための要件を考える (I)
	60 繰り上げればよいことに気づく (O)
	84 繰り上がるには大きな数がいいことに気が付いている (W)
	2 百の位に繰り上がるための条件を理解している (A)
	27 同じ数字は使えないことに気づく (G) (H)
	30 1 を除外して考える (H)
	14 一度使用した数字を除外する (B) (M) (W)
	81 同じ数字が2回出ないように考える (T) (W)
	36 2つの問題条件に気づく (H)
	38 同じ数字が使えないことを使って解く (H)
	93 自分なりの規則性を見つける (X)
	97 解決の見通しが立った (Y)

2 問題条件のつながり探求	<p>24 百の位に1が書いてあることと、十の位同士をたすと10以上の数になることが結びつく (E) (H) (M) (Q)</p> <p>13 十の位を足して10以上の数にしようと思案する (B)</p> <p>25 百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく (F) (G) (H) (L) (M) (N)</p> <p>9 十の位を10以上の数にしようとする (B)</p> <p>54 百の位に1が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく (N) (P) (T) (W)</p>
3 解決の行き詰まり	<p>21 答えがわからなくなる (E)</p> <p>58 うまくいかない (O)</p> <p>98 同じ数を2回使っていることに気づかない (Y)</p> <p>61 題意に合わず失敗したことに気づく (O)</p> <p>67 自分の解決途中で壁に直面する (O)</p>
4 間違いの気づきと訂正	<p>1 思考錯誤の中から気づく (A)</p> <p>69 百の位に繰り上がらないことに気づく (O)</p> <p>88 同じ数字が出現してしまうことに気づく (W)</p> <p>34 友達が1のカードを使っていることに気づく (H)</p> <p>37 自分の解法の間違いに気づく (H) (Y)</p> <p>49 一の位の数字と十の位の数字を変える (M)</p> <p>82 同じ数字にならないように数字を入れ入れ替える (T)</p> <p>90 繰り上がらないことに気づく (X)</p> <p>35 自分の思い込みに気づく (H)</p> <p>39 同じ数字が出現しないような数字の組み合わせを見つける (W)</p> <p>87 自分の見当を変える (W)</p>

5 順序性のある組み合わせ	<p>12 0から順番に数字を当てはめる (B)</p> <p>62 1から順番に数字を当てはめる (O)</p> <p>7 一の位から計算する (A) (E) (K)</p> <p>83 十の位から順番に数字を当てはめる (V)</p> <p>41 一の位の数字を当てはめた後十の位の数字を考える (I)</p> <p>80 一の位から順番に数字を当てはめる (T)</p> <p>43 最後に十の位の数字を決める (I)</p>
6 順序性のない組み合わせ	<p>95 偶然に正解する (Y)</p> <p>20 適当に数字を当てはめる (E) (T) (X) (Y)</p> <p>53 残った数字を組み合わせる (M)</p> <p>40 適当に数字を並べて一の位を作る (I)</p> <p>59 適当の上の段に89とおき1をたす (O)</p> <p>68 適当な数字を置き一の位を計算する (O)</p>
7 意図した条件の組み合わせ	<p>3 意図をもって数字を選択 (A)</p> <p>50 答えを先にきめてそれに合う数字を組み合わせる (M)</p> <p>44 百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る (J) (T) (W)</p> <p>71 百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか考える (O)</p> <p>91 繰り上がるように足して10になる組み合わせを作る (X)</p> <p>45 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる (J)</p> <p>47 一の位も十の位も繰り上がるようにする (L)</p> <p>75 同じ数が2回でないためにはどうしたらいいか考える (O)</p> <p>22 1つ数字を決めてそれに合うように数字を選ぶ (E)</p> <p>86 百の位に繰り上がる数の中で一番小さいものを探そうとしている (W)</p>

8 操作手順の表示	<p>63 計算手順を説明する (O)</p> <p>26 まず～次に～ (F) (U) (S) (W)</p> <p>10 $\circ + \circ = \circ$ができる (B)</p> <p>48 一の位が$\circ\circ$で十の位が$\circ\circ$ (M)</p> <p>79 $\circ + \circ = \circ$で1繰り上げて$\circ + \circ = \circ$ (R)</p> <p>56 十の位の計算を説明する (N) (P) (U) (W)</p> <p>74 2回繰り上がって答えが出たことを説明する (O)</p>
9 操作結果の表示	<p>4 できた答えを示す (A)</p> <p>52 (条件) のように (結果) する (M)</p> <p>55 \circと\circで\circになる (N) (P)</p>
10 理由の表示	<p>72 繰り上がる理由を説明する (O)</p> <p>5 理由を説明しようとする (A)</p> <p>18 (条件) なので (結果) こうなる (D)</p> <p>19 (条件) のように (結果) する (D)</p> <p>28 (原因) なので (結果) こうなった (G)</p> <p>32 ～だから～です (H)</p>
11 答えの反芻	<p>85 自分で出した答えが正しいか確認する (W)</p> <p>73 2回繰り上がって百の位に1が立つことに納得する (O)</p> <p>76 二つの数字を足して同じ数が2回でないことを確認する (O)</p> <p>66 既習の事柄を用いて繰り上がりを説明しなおす (O)</p> <p>8 解法が正しいか見直す (A)</p> <p>11 答えの見直しから気づく (B)</p> <p>6 自分の操作を思い出す (A)</p> <p>46 結果を一般化する (J)</p>
12	<p>99 解決した満足感 (Y)</p> <p>77 解決した喜び (O) (X)</p>

解決した満足感	<p>64 自分の解答が正しいと感じる (O)</p> <p>65 解決したという意思表示 (O)</p> <p>89 できた喜び(W)</p> <p>23 達成感を味わう (E) (H)</p> <p>78 自分の解決を振り返って問題の難易度を実感する (O)</p>
13 解決への意欲	<p>33 他の解答への意欲を示す (H)</p> <p>70 別の数字で試してみる (O)</p> <p>51 答えが167になる別解を考えている (M)</p> <p>92 別解を考える(X)</p> <p>29 他の答えも考える (G)</p> <p>15 複数の結果を示す (B)</p>
14 解決への不安	<p>31 自分の解法に不安を抱く (H)</p> <p>94 自分の見当が外れ落胆する(Y)</p>

なお、正答者の思考過程から生成された 14 の概念に、対極層である誤答者の思考過程を対応させると表 7 のようになった。

表 7 対極層に表れた概念（概念の番号は正答者の概念に準拠）

概念	思考の特性
3 解決の 行き 詰まり	<p>1 問題の意図が分からない (①-1)</p> <p>6 解決に行き詰まる (①-6)</p> <p>11 一の位の計算をし、十の位の計算に手間取っている (②-3)</p> <p>17 十の位を2にするともう一つは何の数字になるか考えている (②-9)</p> <p>18 答えが 110 になるので同じ数字が出て悩んでいる (②-10)</p> <p>25 一の位をたしたら同じ数が出て失敗 (③-3)</p>
4 間違いの 気づきと訂正	<p>2 百の位に繰り上がっているから大きい数字を入れようとしている (①-2)</p> <p>4 自分の計算間違いに気づく (①-4)</p> <p>9 はじめに決めた見通しを変更 (②-1)</p> <p>15 周りの子がカードを使っているのに気づく (②-7)</p> <p>19 1 のカードを 5 のカードに置き換えてみる (②-11)</p> <p>26 自分の予想の間違いに気づく (③-4)</p> <p>30 間違いに気づく (③-8)</p> <p>32 題意に合わないことに気づく (③-10)</p>
5 順序性のある 組み合わせ	<p>7 答えの□に当てはめる数字を適当に見当をつけている (①-7)</p> <p>27 数字を順番に当てはめる (③-5)</p>

6 順序性 のない 組み 合わせ	3 適当な数の組み合わせ (①-3) 5 自分のこだわりで使いたい数字を一つ決める (①-5) 10 適当に数字を並べて計算する (②-2) 16 適当にカードを並べる (②-8) 23 適当に数字をあてはめる (③-1) 31 適当に数字を当てはめていく (③-9)
8 操作 手順 の 表示	18 答えが 110 になるので同じ数字が出て悩んでいる (②-10) 28 計算手順を説明する (③-6)
9 操作 結果 の 表示	12 自分なりの答えを導き出す (②-4) 20 計算して答えを出す (②-12)
14 解決 への 不安	8 問題を解くのをあきらめた (①-8) 13 自分の出した答えを確認する (②-5) 14 自分の答えに不安を持っている (②-6) 21 問題が解けて達成感を味わっている (②-13) 22 自分の出した答えを確認して安心する (②-14) 24 自分のやり方に自信が持てない (③-2) 29 自分なりの答えが出せたが不安 (③-7) 33 あきらめの気持ち (③-11)

以下に〈思考の特性〉と《概念》の相関を説明する。

概念 1 《問題条件への着目》

児童は問題に直面した時、「えーここに1がかいてあるから」とか「同じカードは使っちゃいけない」のように問題文の中にある条件を探そうとする。そして、「ここ1ってことは繰り上がらないといけないから」と〈問いの条件に気づく〉。この気づきをきっかけにして、百の位に繰り上がるための数字の組み合わせについて、例えば、〈一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる〉のような〈自分なりの予想を立てる〉行為がスタートするのである。

〈問題文の百の位に着目する〉ことで〈繰り上がればよいことに気づく〉いた児童は、〈百の位に繰り上がるための要件を考える〉ようになる。例えば、〈繰り上がるには大きな数がいいことに気づく〉児童は、〈百の位に繰り上がるための条件を理解している〉といえよう。

1つの問題において、着目すべき条件は一つとは限らない。いくつもの問題条件が絡み合って一つの問題構造を成しているからである。本研究の問題においても、繰り上がるという条件のほかに、〈同じ数字は使えないことに気づく〉ことも正答へ導く条件の一つであった。このことに着目した児童の中には、〈1を除外して考える〉、〈一度使用した数字を除外する〉等の工夫をして、〈同じ数字が2回出ないように考える〉姿が見られた。「同じ数字は使えないけど・・・」と同じ数字が使えないことを気にしている児童は「同じカードを使わないように数字を並べた」と記述しているように〈同じ数字は使えないことを使って解く〉ことができていた。

百の位に繰り上がることと、同じ数字を2度使えないという〈2つの問題条件に気づく〉ことにより、〈自分なりの規則性を見つける〉ことで〈解決の見通しが立つ〉のである。

以上のことから《問題条件への着目》という概念が生成される。

概念 2 《問題条件のつながり探索》

問題とはいろいろな条件が絡み合って形成されている。例えば、〈百の位に1が書いてあることと、十の位同士をたすと10以上の数になることが結びつく〉と、〈十の位を足して10以上の数にしようと思案する〉であろうし、〈百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく〉と、〈十の位を10以上の数にしようとする〉であろう。さらに、〈百の位に1が書いてあることと、繰り上がらなければならないことが結びつく〉と、繰り上がるためにはどうしたらよいかを探索していくことができる。このように、問題文から読み取ることができる「答えの百の位に1がある」「0から9までの数字を1つずつ使う」など、条件の関係性に着目することで「同じ数がでないように、百の位に行くように計算しないといけないから」のような新たな条件を児童自ら見出すことができるのである。

以上のことから《問題条件のつながり探索》という概念が生成される。

概念 3 《解決の行き詰まり》

児童の問題解決は一筋縄ではいかない。途中で〈答えがわからなくなる〉ことや、〈うまくいかない〉こともしばしばある。また、自分では正しいと思っていても、〈同じ数を 2 回使っていることに気づかない〉場合のように、問題条件に反して誤答になっていることもある。このように途中で〈題意に合わず失敗したことに気づく〉ことや、〈自分の解決途中で壁に直面する〉経験から行き詰まりを感じる。

以上のことから《解決の行き詰まり》という概念が生成される。

概念 4 《間違いの気づきと訂正》

解決の途中で〈思考錯誤の中から気づく〉〈百の位に繰り上がらないことに気づく〉〈同じ数字が出現してしまうことに気づく〉〈友達が 1 のカードを使っていることに気づく〉など〈自分の解法の間違いに気づく〉ことはよくある。そのようなときには、〈一の位の数字と十の位の数字を変え〉たり〈同じ数字にならないように数字を入れ替え〉たりすることにより、間違いの訂正をする。また、「えっ、1 は使ってもいいの？使っちゃいけないと思ってた」のように〈自分の思い込みに気づく〉ことで〈同じ数字が出現しないような数字の組み合わせを見つける〉ことができる。このように間違った〈自分の見当を変える〉ことは、児童を解決へと導くのである。

以上のことから《間違いの気づきと訂正》という概念が生成される。

概念 5 《順序性のある組み合わせ》

児童は解決過程において「 $0 \cdot \cdot 1 \cdot \cdot 2 \cdot \cdot 3 \cdot \cdot 4 \cdot \cdot$ 」のように〈0 から順番に数字を当てはめ〉たり、「 $\bigcirc\bigcirc + 1$ 、 $\bigcirc\bigcirc + 2 \cdot \cdot \cdot$ 」のように〈1 から順番に数字を当てはめ〉たりする。または、2 とび、5 とびのように規則性のある数値を当てはめたりしながら考えることもある。また、〈一の位から順番に数字を当てはめる〉ことで〈一の位から計算する〉〈十の位から順番に数字を当てはめる〉〈一の位の数字を当てはめた後、十の位の数字を考える〉〈最後に十の位の数字を決める〉のように、解決の操作手順に順序性をもつ場合もある。

以上のことから《順序性のある組み合わせ》という概念が生成される。

概念 6 《順序性のない組み合わせ》

問題に直面した時、試行錯誤の中で、〈偶然に正解する〉ことがある。例えば〈適当に数字を当てはめ〉たり、〈残った数字で組み合わせる〉ときには、決まった順序性は見られない。また、〈適当に数字を並べて一の位を作ること〉や、〈適当に上の段に数字をおき 1 をたす〉、〈適当な数字を置き一の位を計算する〉などの行為にも規則性や

順序性は見られない。これらの行為は、見出した条件から分かることを適当に組み合わせ解決の糸口を探そうするものである。

以上のことから、《順序性のない組み合わせ》という概念が生成される。

概念 7 《意図した条件の組み合わせ》

問題に直面した時〈意図をもって数字を選択〉し、〈答えを先にきめてそれに合う数字を組み合わせ〉たりすることで正答を得ることがある。例えば、〈百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る〉ときに〈百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか考え〉て、〈繰り上がるように足して10になる組み合わせを作る〉ような場合は、自分なりの意図をもって数字を選んでいるといえる。

他にも、〈一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げ〉たり、〈一の位も十の位も繰り上がる〉ようにしたりすることも同様である。また、〈同じ数が2回でないためにはどうしたらいいか考え〉ることや、〈1つ数字を決めてそれに合うように数字を選ぶ〉、〈百の位に繰り上がる数の中で一番小さいものを探そうとする〉ことも、見当をつけたことからそうなるためには何がわかればよいか考えているため、意図をもって条件を組み合わせているといえよう。このように、児童は「こうなるためにはどうしたらよいか」と考えることにより解決の糸口を探そうとするのである。

以上のことから《意図した条件の組み合わせ》という概念が生成される。

概念 8 《操作手順の表示》

児童は〈計算手順を説明する〉ために、〈まず～次に～〉、〈 $\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$ ができる〉、〈一の位が $\bigcirc\bigcirc$ で十の位が $\bigcirc\bigcirc$ 〉、〈 $\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$ で1繰り上げて $\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$ 〉のような表現方法を用いて説明しようとする。例えば、「7と3を足して10」のように〈十の位の計算を説明し〉たり、「十の位と一の位と繰り上がるから $69 + 31$ で答えは100」のように〈2回繰り上がって答えが出たことを説明〉したりする場合がこれにあたる。このように、自分がどう考えて答えを導き出したのか順序立てて言葉で説明する行動が解決の途中で見られる。

以上のことから《操作手順の表示》という概念が生成される。

概念 9 《操作結果の表示》

児童は自分が〈できた答えを示す〉ために、〈〈条件〉のように〈結果〉する〉や〈 \bigcirc と \bigcirc で \bigcirc になる〉のような表現方法を用いて説明しようとして、自分が導き出した結果を言葉で表現する。「89と46で135ができました」や「2と3を置いて5になって次に9と1を足して」の場合がこれにあたる。このように、自分が導き出した結果を示す行動が解決の途中にみられる。

以上のことから《操作結果の表示》という概念が生成される。

概念 10 《理由の表示》

問題解決の途中で、〈くり上がる理由を説明する〉ように、児童は自分が答えを出した〈理由を説明しようとする〉。そのために、〈(条件) なので (結果) こうなる〉や〈(条件) のように (結果) する〉〈(原因) なので (結果) こうなった〉のような表現方法を用いて説明を試みる。例えば、「130 になるから $73+56$ 」は〈～だから～です〉と $73+56$ になる理由を表していることがわかる。そうすることで、結果や解決方法を一般化することができるのである。

以上のことから、《理由の表示》という概念が生成される。

概念 11 《答えの反芻》

児童は理由や根拠を説明するときに〈自分で出した答えが正しいか確認〉したり、〈解法が正しいか見直したり〉する。例えば、〈2 回繰り上がって百の位に 1 が立つことに納得する〉ことや、〈78 と 62 を足して同じ数が 2 回でないことを確認する〉場面を考えると、〈既習の事柄を用いて繰り上がりを説明しなおす〉ことで気づきを得ていることがわかる。〈答えの見直しから気づく〉ことや、〈自分の操作を思い出す〉ことにより、〈結果を一般化〉することができるのである。

以上のことから《答えの反芻》という概念が生成される。

概念 12 《解決した満足感》

児童は自分なりの答えに辿り着くと〈解決した満足感〉や〈解決した喜び〉〈できた喜び〉といった肯定的な感情が沸き上がる。〈自分の解答が正しいと感じる〉ことで自分の力で〈解決したという意思表示〉が「できた!」というつぶやきに表れている。また、このような〈達成感を味わう〉だけでなく〈自分の解決を振り返って問題の難易度を実感する〉ことにより自分の成長や進歩を体感することができる。

以上のことから、《解決した満足感》という概念が生成される。

概念 13 《解決への意欲》

児童は自分なりの答えが出て、解決に満足すると〈他の解答への意欲を示す〉。例えば、〈別の数字で試してみる〉ことや、答えを先に決めて〈答えが 167 になる別解を考え〉たりする。そして、〈別の解き方に挑む〉ことや、〈他の答えも考える〉ことは、1 つの解を求めるだけに飽き足らず、〈複数の結果を示す〉意欲の表れとみることができる。

以上のことから、《解決への意欲》という概念が生成される。

概念 14 《解決への不安》

児童は解決に行き詰まったり、見通しが立たずどうしていいかわからなくなったりしたとき〈自分の解法に不安を抱く〉。解決に失敗したと感じたり、「もう無理だ」と〈自分の見当が外れ落胆する〉経験をしたりして、解決を諦めてしまうこともある。

以上のことから《解決への不安》という概念が生成される。

第3節 カテゴリーの生成

14 の概念から、さらに概念の共通特性を見出し、カテゴリー化を行った。その結果、8 つの共通特性から4つの【カテゴリー】が生成された。生成されたカテゴリーは【解決分岐点の自覚】【条件組み合わせの自覚的展開】【思考過程の可視化】【自己評価】である。その中心となり、各カテゴリー間をつないでいるコアカテゴリーは『逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換』であった。《概念》[概念の共通特性]【カテゴリー】の相関は表8のとおりである。

表8 正答者のカテゴリー表

【カテゴリー】	[概念の共通特性]	《概念》 (concept)
Ⅰ 【解決分岐点の自覚】	[条件の探索]	① 《問題条件への着目》 ② 《問題条件のつながり探索》
	[操作の自覚]	③ 《解決の行き詰まり》 ④ 《間違いの気づきと訂正》
Ⅱ 【条件組み合わせの 自覚的展開】	[前向きの思考]	⑤ 《順序性のある組み合わせ》 ⑥ 《順序性のない組み合わせ》
	[逆向きの思考]	⑦ 《意図した条件の組み合わせ》
Ⅲ 【思考過程の可視化】	[操作の振り返り]	⑧ 《操作手順の表示》 ⑨ 《操作結果の表示》
	[妥当性の検討]	⑩ 《理由の表示》 ⑪ 《答えの反芻》
Ⅳ 【自己評価】	[肯定的評価]	⑫ 《解決した満足感》 ⑬ 《解決への意欲》
	[否定的評価]	⑭ 《解決への不安》

以下に各【カテゴリー】の定義、[特性]と《概念》を用いた説明、および主なバリエーション、裏付けとなる主なローデータを示す。

1 カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】

() 内は児童の記号

カテゴリーⅠ	【解決分岐点の自覚】
定義	解決途中で間違いや行き詰まりに気づきながら、正答を導くために必要な条件を探索し続けること
説明	<p>問題に直面したとき、児童は問題文の中にある条件や自身が持っている既存の知識を総動員して問題構造をとらえようとする。答えの見当をつけることや、解決の筋道について予想を立てることにより、《問題条件への着目》が促される。さらに、着目した条件を組み合わせることにより、規則性に着目する場面や、条件同士の関係性に着目する場面がみられるようになる。</p> <p>ただし、このような「条件の探索」は常に成功するとは限らず、時には何度考えても題意に合わないことに混乱し、どうしたらよいかわからないという壁にぶつかり《解決の行き詰まり》を感じることもある。しかしながら、問題条件の解釈を再検討し、自分の見当を見直すことにより、《間違いの気づきと訂正》が繰り返し行われ解決に向かう。</p> <p>この一連の「操作の自覚」が解決へ向けての原動力となるのである。</p>
主な思考の特性	<p>17 問いの条件に気づく (D)</p> <p>60 繰り返ればよいことに気づく (O)</p> <p>2 百の位に繰り返るための条件を理解している (A)</p> <p>27 同じ数字は使えないことに気づく (G) (H)</p> <p>13 十の位をたして10以上の数にしようと思案する (F) (G) (H) (M) (N) (L)</p> <p>61 題意に合わず失敗したことに気づく (O)</p> <p>35 自分の思い込みに気づく (H)</p>
主なローデータ	<ul style="list-style-type: none"> ・100をつくるんだから、ひっ算の答えはなんでもいいの ・くりあげればいいんでしょ。 ・これになる数字を考えているの ・同じ数が重ならないようにすれば解けます ・百の位に1が立っているの100以上の数にする。 ・20・・・あ、だめだ ・使っちゃだめだと思ってた・・・

2 カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】 () 内は児童の記号

カテゴリーⅡ	【条件組み合わせの自覚的展開】
定義	問題条件を組み合わせることにより、前向きの思考もしくは逆向きの思考を自覚しながら論理的に解決にあたること
説明	<p>問題条件の組み合わせ方には、既知の事柄から考える「前向きの思考」と求めたい事柄から考える「逆向きの思考」がある。これら2つの思考は帰納的思考と演繹的思考にそれぞれ包含されるものである。実際に問題解決の場面において、数列や順番などに規定される《順序性のある組み合わせ》と思い付いたままに試行錯誤する場合にみられる《順序性のない組み合わせ》が前向きの思考の特徴である。</p> <p>一方「百の位に繰り上がるためにはどんな数字の組み合わせ方があるか」のように考える《意図した条件の組み合わせ》がみられるのが逆向きの思考の特徴である。問題解決過程においては、これら2つの思考を意識しながら解決へと向かうのである。</p>
主な思考の特性	<p>62 1から順番に数字を当てはめる (O)</p> <p>20 適当に数字を当てはめる (E) (T) (X) (Y)</p> <p>71 百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか考える (O)</p> <p>75 同じ数が2回でないためにはどうしたらいいか考える (O)</p>
主なローデータ	<ul style="list-style-type: none"> ・ うんと、$89+1$、$89+2$、$89+3$・・・ ・ ほーそっか。えっと上は89くらいにしといて、下は67ぐらいにしたら・・・ ・ それで、1繰り上がるためには・・・ ・ (隣の子に0が2つあることを指摘され) じゃあ、変えなきゃだめか・・・

3 カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】

() 内は児童の記号

カテゴリーⅢ	【思考過程の可視化】
定義	問題解決過程において、自分の思考過程を言葉や文字で表現することにより第三者にもわかるようにすること
説明	<p>問題解決過程において児童は自分の思考過程を文字や言葉で表現する。その内容は《操作手順の表示》や《操作結果の表示》のような、自らの〔操作の振り返り〕であることが多い。</p> <p>しかし一方、どうしてそう考えたのか根拠を示し解決に至った《理由の表示》もみられる。自分の思考過程を振り返り、《答えの反芻》をすることによって〔妥当性の検討〕を行っているのである。</p>
主な思考の特性	<p>63 計算手順を説明する (O)</p> <p>26 まず～次に～ (F) (U) (S) (W)</p> <p>52 (条件) のように (結果) する (M)</p> <p>72 くり上がる理由を説明する (O)</p> <p>5 理由を説明しようとする (A)</p> <p>32 ～だから～です (H)</p> <p>85 自分で出した答えが正しいか確認(W)</p> <p>46 結果を一般化する (J)</p>
主なローデータ	<ul style="list-style-type: none"> ・ $9+4$ で1繰り上がって、$8+1+1$ で1繰り上がる ・ まず、一の位から計算して $4+3=7$ でつぎに十の位は $8+2$ をして繰り上がるので答えは107です。 ・ 同じ数ができないように、10以上の数をつくる ・ 16になると1繰り上がるから100 ・ どうしてそうなったかというと ・ 130になるから $73+56$ は130あまりは $2 \cdot 8 \cdot 9$ です。 ・ $6+4$ は0で1繰り上がって $1+5+7$ で13?これで答えが130?になる? ・ そうすると、1□□の答えが出る。

4 カテゴリーⅣ【自己評価】

() 内は児童の記号

カテゴリーⅣ	【自己評価】
定義	解決過程において沸き上がる肯定的あるいは否定的感情を自分の思考や操作と結び付けて評価すること
説明	問題解決過程において、正答を導き出すことができたときの喜びや達成感は大い。《解決した満足感》を得ることで、自分の思考過程に〔肯定的評価〕をし、次の問題解決へむかっの《解決への意欲》を引き出す。反対に、問題が解けなっときの不安感や落胆といった〔否定的評価〕は問題に立ち向かう力を削ぎ、諦めや意欲低下を引き起こす。
主な思考の特性	77 解決した喜び (O) 23 達成感を味わう (E) (H) 33 他の解答への意欲を示す (H) 31 自分の解法に不安を抱く (H) 94 自分の見当が外れ落胆する (Y)
主なローデータ	<ul style="list-style-type: none"> ・できた！ ・$95+41$ は 136、よっしゃ。 ・次の考え、まだ他にもある。 ・これでいいのかなあ ・でも、だめか。

また、対極層である誤答者にみられた 7 つの概念は生成された 4 つのカテゴリーのうち、どれかに偏って出現するものではなく、4 つのカテゴリーすべてが誤答者の思考過程でも見られた。

表 9 誤答群カテゴリー表（概念の番号は正答者の概念に準拠）

【カテゴリー】	〔概念の共通特性〕	《概念》（concept）
I 【解決分岐点の自覚】	〔操作の自覚〕	《③解決の行き詰まり》 《④間違いの気づきと訂正》
II 【条件組み合わせの自覚的展開】	〔前向き思考〕	《⑤順序性のある組み合わせ》 《⑥順序性のない組み合わせ》
III 【思考過程の可視化】	〔操作の振り返り〕	《⑧操作手順の表示》 《⑨操作結果の表示》
IV 【自己評価】	〔否定的評価〕	《⑭解決への不安》

5 コアカテゴリー【逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換】

コアカテゴリーは、カテゴリーの中核となるカテゴリーである。問題解決過程において、問題構造をとらえるきっかけとなるコアカテゴリーが浮上することを記述する。

本研究では、問題解決過程を「問題解決場面において見通しの立たない状況から問題構造を捉えて解決の見通しをもつまでの過程」とした。その上で、児童が新しい問題場面に会ったとき、どのように問題構造を捉え解決に至る道筋を見出すことができるのかに焦点をあてた。その結果、児童の思考活動は、4つのカテゴリーが相互に補完しあうことにより進んでいく様相が明らかになった。【解決の分岐点の自覚】が解決への1つの突破口になるが、そのためには、[前向きの思考]や[逆向きの思考]を駆使しながら【条件組み合わせの自覚的展開】がなされる必要がある。[前向きの思考]や[逆向きの思考]を自覚するためには、メタ認知的役割を果たす【思考過程の可視化】が重要な役割をもつ。さらに、解決の分岐点を探し続けるためには、自分の行為を【自己評価】し、肯定的感情や意欲の想起が不可欠である。

以上のような児童の思考過程の様相の中で、解決の見通しの立たない状態から脱却する様相として、コアカテゴリー【逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換】が浮上したのである。

第4節 カテゴリー関連図とストーリーラインの生成

正答者の思考過程をカテゴリー間の関係性を示す概念図によって提示し、ストーリーラインを作成した。

1 思考過程カテゴリー関連図

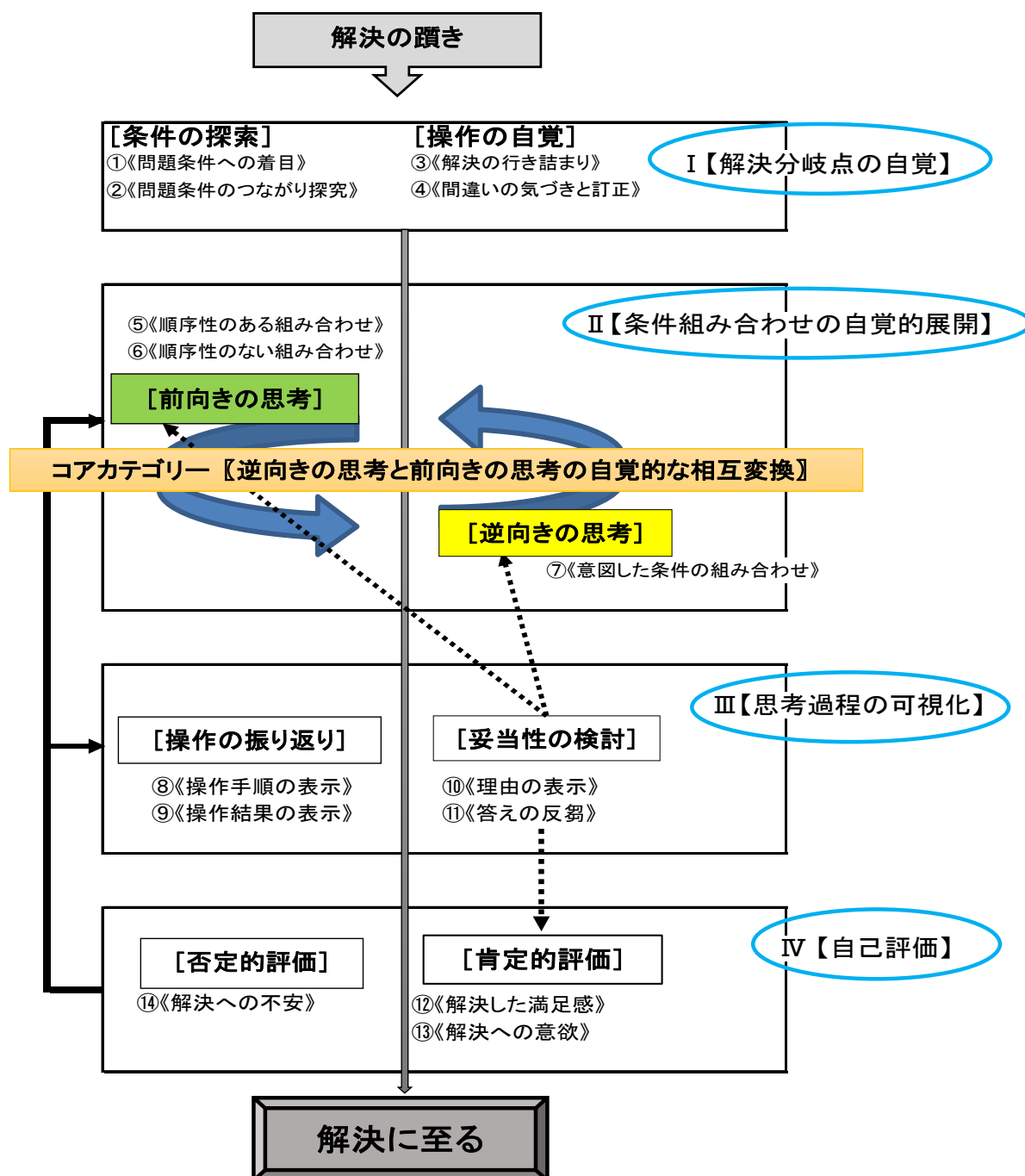


図3 正答者のカテゴリー関連図

正答者のカテゴリー関連図（図 3）をみると、解決に行き詰まった場面において、前向きの思考だけではなく逆向きの思考を用いながら自分の解決の手順だけではなく、どうしてそう考えたのか理由や根拠を示しながら思考を進めることで、肯定的評価が強まり解決にいたる様子が浮かび上がった。

一方、誤答者の思考過程に表出したカテゴリーの関連は以下のようにあらわすことができる（図 4）。解決に行き詰まった場面において、今わかっていることや既習事項の中から条件を組み合わせて答えを見つけようとし、その手順を言語化するも解決に至らず否定的評価を強めているという思考過程が見て取れる。

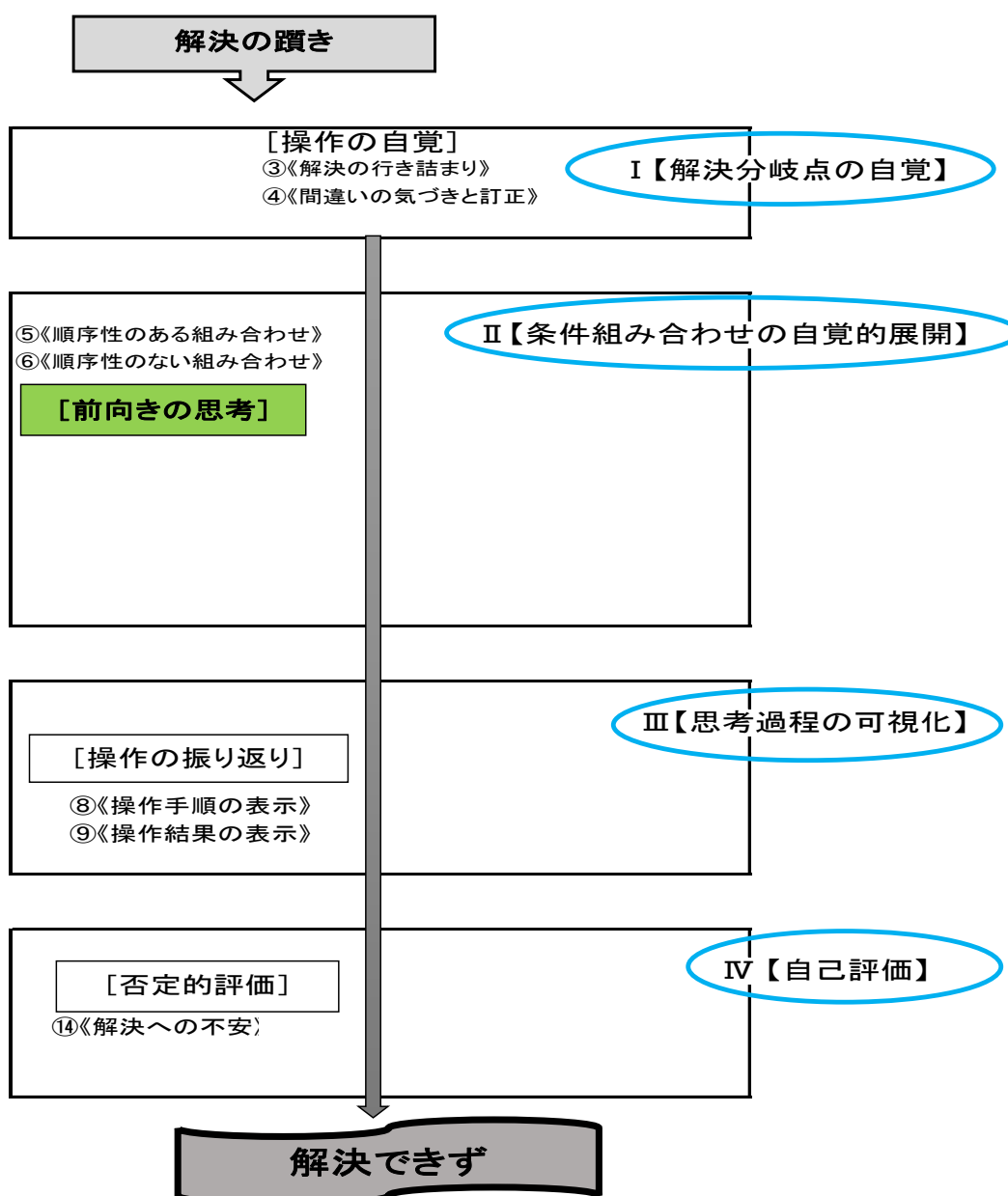


図 4 誤答者のカテゴリー関連図

2 群の関連図を比較すると、正答者と誤答者の思考過程における共通点と相違点が明らかになっている。

共通点としては、正答者と誤答者の思考過程には、第 1 に、解決に行き詰まったり、自らの間違いを修正したりしながら解決へ進む条件の見いだし方、第 2 に、解決につながる条件の発見には、[前向きの思考] が使われること、第 3 に、言語により操作の振り返りが行われていること、第 4 に、感情と意欲に関わる「自己評価」が解決の推進力となっていることが観察される。これら 4 点は、縷言するまでもなく、Ⅰ【解決分岐点の自覚】、Ⅱ【条件組み合わせの自覚的展開】、Ⅲ【思考過程の可視化】、Ⅳ【自己評価】の 4 つのカテゴリーに対応している。

相違点としては、まず、Ⅱ【条件組み合わせの自覚的展開】において、誤答者には逆向きの思考がみられないこと。次に、Ⅲ【思考過程の可視化】において、理由や根拠を表す妥当性の検討が行われていないことがあげられる。

ここでコメントしておくべきは、上記のカテゴリー関連図は思考の経時的な展開ではなく、時間を超越した構造を示していることである。とくにカテゴリーⅢ【思考過程の可視化】は、躓きの場面におけるカテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】と条件組み合わせの場面におけるカテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】において行われるメタ認知的活動である¹⁰⁵。同様にカテゴリーⅣ【自己評価】も、既に言及したように、様々な問題解決の場面における積極的あるいは消極的取り組み、問題解決の完遂あるいは断念に関わっている。この点を踏まえるとカテゴリー関連はカテゴリー構造に他ならない。

それでは斯かるカテゴリー構造は各カテゴリーの等質的な機能的関連と見なしてよいのか。これを問題解決にみられる正答と誤答の相違という点から見ると、思考過程においては条件組み合わせの自覚的展開を示す前向き思考と逆向き思考の自覚的な相互変換有無が斯かる相違を生起させる主因と解釈される。そして副因として、思考活動の活性化に関わる感情的側面の自己評価が認められる。

以上のことから、問題解決の過程には、問題文から得られる条件の組み合わせ方からその転換が見られる構造的な分岐点があり、それは[前向きの思考]から[逆向きの思考]への転換として観察され、その転換とそれを促す思考活動は【思考過程の可視化】と【自己評価】の中でも[肯定的評価]であると認められる。問題解決における正答と誤答の思考過程には、問題文から得られる条件組み合わせの自覚的展開を示す前向き思考と逆向き思考の相互変換有無が認められ、同時に思考活動の活性化に関わる感情的側面の【自己評価】に相違が認められるであろう。

問題文から得られる条件の組み合わせ方からその転換がみられる構造的な分岐点があり、

105 重松敬一(1990)「メタ認知と算数・数学教育－内なる教師の役割－」平林一栄先生頌寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』,聖文社,pp.76-107.

それは、前向きの思考から逆向きの思考の転換として観察されたとするならば、それはどのような児童の言葉で表現されているのだろうか。

正答者 2 名（キーパーソン及び周辺層）と誤答者 2 名（対極層）の実際の思考過程を、生成されたカテゴリーに基づき比較した。まずキーパーソン O 児と、周辺層 T 児の思考過程を以下に示す。

表 10 キーパーソンの思考過程（事例 15 O 児）

カテゴリー	概念の共通特性	ローデータ
I	条件の探索	1があるから…
I	操作の自覚	だめだだめだだめだ。 まって、89+…1くりあげればいいんでしょ。20…
IV	自己評価	あ、だめだ。
II	前向き思考	うんと、89+1 89+2、89+3、89+4、…
II	逆向き思考	1繰り上がるんだから、
II	前向き思考	89+うんと…14、
III	操作の振り返り	89+14、9+4で1繰り上がって、8+1+1で1繰り上がる。
IV	自己評価	よしこれでいいや。できた。
III	妥当性検討	足し算では、足して10の位になると1繰り上がるから
IV	自己評価	… あっこれじゃだめだ。
III	操作の振り返り	1+3は4うんと、
I	操作の自覚	あっこれじゃ1繰り上がらないや。 じゃあ84にしちゃおう。

II	逆向き思考	それで1繰り上がるためには、
III	操作の振り返り	16になると1繰り上がるから100
IV	自己評価	できた！簡単すぎだよ

O児は何度も試行錯誤を繰り返し、繰り上がるためにはどのような数になればよいかを模索している。その過程において、「繰り上がるためにはどうしたらいいか」という〔逆向きの思考〕をし、その思考過程を言葉で表現している。自分の解決に対する〔肯定的評価〕を示す「できた！」という発言も見られた。

次に、周辺層 T児の思考過程を以下に示す。

表 11 周辺層の思考過程（事例 20 T児）

カテゴリー	概念の共通特性	ローデータ
II	逆向き思考	まずここを85にして、百の位に1がくるんだから、くりあがるから、
III	操作の振り返り	2にして10にくりあげて、1の位は3にして、
IV	自己評価	これじゃだめなのか、
I	条件の探索	1枚しかないから・・・1の位は4にして109になる。
III	妥当性検討	百の位に1がくるってことは、繰り上がっているということだから10の位が繰り上げられるようにするんだね。

T児は逆向きの思考をしたことで「百の位に1が書いてある」ということと、「繰り上がる数字を組み合わせればよい」ということが結びついた。そこで繰り上がるような2つの数字の組み合わせを探し始めるも、途中でうまく見つからず、〔否定的評価〕をするが、あきらめず〔条件の探索〕を継続した。

次に、対極層として、誤答者である2名の思考過程を以下に示す。

表 12 誤答者①の思考過程（事例 26 誤答者①）

カテゴリー	概念の共通特性	ローデータ
I	条件の探索	あてはめる？
II	逆向き思考	こうじゃないと、7とか8とかくりあがってるから、おっきい数にしないと・・・
I	操作の自覚	ここは、7と4だったら、こたえちがう131だ、
II	前向き思考	4を使いたい。 $42+81=123$
I	操作の自覚	あつ2だ、だめだ、115、125か、
IV	自己評価	あーわかんない。

誤答者①は問題の切り口がわかっており、逆向きの思考を用いて答えを出そうと試みている。しかし、同じ数は2回使えないという条件にひっかかってしまい正答には至らなかった。

表 13 誤答者③の思考過程（事例 28 誤答者③）

カテゴリー	概念の共通特性	ローデータ
II	前向き思考	$9 \cdots 3 \cdots 8 \cdots 6$ (適当に並べる)
IV	自己評価	いいの？
I	操作の自覚	ここが9でつかえないの・
IV	自己評価	ちがう失敗した。
II	前向き思考	$59+9 \cdots 9 \cdots 8 \cdots 7 \cdots$
III	操作の振り返り	えっとこれが $9+7$ が16で $5+8$ は13で一繰り上がるから14 こたえは146

IV	自己評価	あーできた？
II	前向き思考	8+ちがうな、53+60・・・53+62は・・・63+68は・・・4で5+6で11
IV	自己評価	あーだめだ、おてあげ

誤答者③は、前向きの思考をすることでいろいろな数字を当てはめ続けている。しかし、問題条件に合う数字の組み合わせが見つからず、解決を諦めてしまった。

4つのカテゴリーは児童が問題に直面してから解決するまでのあらゆる局面において連続的重複的にかかわっていた。キーパーソンO児の思考過程を見てもカテゴリーI～IVが繰り返し現れているのがわかる。つまり、カテゴリー関連図は思考の経時的な展開ではなく、時間を超越した構造を示しているということである。

カテゴリーIII【思考過程の可視化】は躓きの場面で解決分岐点を見つけるときや、条件組み合わせの場面でどのように組み合わせようかと考えるときに行われるメタ認知的活動である。正答者T児は、逆向きの思考をして「百の位に1がくるんだから」と予想し、どのような数をあてはめたらよいか考えている。その過程で「これじゃだめなのか」と立ち止まり自分の解決の筋道を振り返っている。これはメタ認知方略の一つであるモニタリングの現れと見ることができる。

また、カテゴリーIV【自己評価】は、様々な問題解決の場面における積極的あるいは消極的取り組み、問題解決の完遂あるいは断念にかかわっている。例えば、誤答者①は逆向きの思考と前向きの思考を使いながら解決の分岐点にたどり着こうと試みている。その過程で $42+81=123$ という一応の解答を得た。これは、立式としては正しいものの、問題にある「同じ数字は1度しか使えない」という条件に反している。本来ならここで、もう一度逆向きの思考や前向きの思考を用いながら思考を進めるところであるが、「あーわからない」という否定的な自己評価をして、解決を放棄してしまった。ところが、O児は「あ、だめだ。」という自己評価をしているものの、すぐ次に前向きの思考と逆向きの思考の自覚的相互変換を行い解決を継続している。これは、O児は解決過程のどこで躓いたかをモニタリングしているのに対して、誤答者①は自分の感情面、言い換えれば解決へと向かう意欲の有無を表現している。

それではこのようなカテゴリー構造は各カテゴリーの同質な機能的関連とみなしてよいのか。これを問題解決にみられる正答者と誤答者の思考過程の相違というリサーチクエスチョンから見ると、思考過程においては、条件組み合わせの自覚的展開を示す前向き思考と逆向き思考の自覚的な相互変換の有無が、このような相違を生起させる主因と解釈される。また、副因として思考過程の活性化にかかわる感情的側面の自己評価が認められる。

主因となる「前向きの思考と逆向きの思考の自覚的な相互変換」とは、いかなる様相を呈しているのか。キーパーソン O 児と誤答者③の思考過程を比較したところ解決分岐点の発見ができるか否かに違いがみられた。

以下の場面では、前向きの思考をして 1 から順に足す数を大きくしていった O 児が、「1 繰り上がるためにはどうしたらいいか」という逆向きの思考をしたことによって、足す数を 14 と大きく見積もって正答に導いている様子が見られる。これは前向きの思考と逆向きの思考の自覚的な相互変換がなされているとみることができる。

うんと、 $89+1$ $89+2$ 、 $89+3$ 、 $89+4$ 、...

↓ 自分のできるところから数字を当てはめる

1 繰り上がるんだから、

↓

$89+うんと・・・14$ 、

自覚的相互変換

逆向きの思考をすることにより問題条件にあう数字を当てはめようとしている。逆向きの思考により、「思考の効率化」が図られた場面である。

一方、誤答者③は

$9・・・3・・・8・・・6$ (適当に並べる)

適当に数字を当てはめている

いいの？

ここが 9 でつかえないの・

ちがう失敗した。

解決分岐点発見に至る変換はない

$59+9・・・9・・・8・・・7・・・$

順番に数字を当てはめるが、なぜその順番なのか解決につながる意図はみられない

えっとこれが $9+7$ が 16 で

$5+8$ は 13 で一繰り上がるから 14

順番に当てはめていくという考えから脱しない

こたえは 146

あーできた？

$8+ちがうな$ 、 $53+60・・・53+62$ は・・・ $63+68$ は・・・4 で $5+6$ で 11

このように、正答者と誤答者の思考過程には、解決の分岐点を自覚するための、条件組み合わせの自覚的展開に違いがあることが認められる。

2 ストーリーライン

今回の調査で生成したカテゴリー、概念の共通特性および概念を用いて問題解決の場面を躓きの場面、条件組み合わせの場面、振り返りの場面、肯定的・否定的自己評価の場面に限定（場面の状況定義）し、正答者と誤答者の思考過程の相違を解釈する。以下、カテゴリーを【 】, 概念の共通特性を [], 概念を《 》、ローデータを「斜体」で示す。

（１）躓きの場面

学習者は問題解決場面において、どうしたら答えが導き出せるのかわからない躓きの状態にあるとき、「1があるから・・・」や「そっか、こっちもこっちも繰り上がるのか…」のように《問題条件への着目》および《問題条件のつながり探索》によって解決の糸口を見いだそうとする。このような解決につながる[条件の探索]により見通しをもつことができる。

その一方、「20・・・あ、だめだ」や「あっこれじゃあ繰り上がらないや」のように《解決の行き詰まり》に陥ったり《間違いの気づきと訂正》を行ったりする。斯かる[操作の自覚]が正答者のように次の操作への原動力になる場合もあれば、誤答者のように解決への意欲を喪失する場合もある。以上のことから躓きを契機とする【解決分岐点の自覚】というカテゴリーが生成される。正答者と誤答者の思考過程にはこの自覚の相違が顕著に観察される。

（２）条件組み合わせの場面

学習者は、問題文に表記されている条件や問題の中に内在している条件を組み合わせることにより、解決へ向かっていく。条件の組み合わせ方には、「うんと、 $89+1$ $89+2$ …」のように《順序性のある組み合わせ》や「 $53+60$... $53+62$ は... $63+68$ は...」のように《順序性のない組み合わせ》がある。この両者の組み合わせ方は与えられた条件を受容する[前向きの思考]である。

一方、「それで1繰り上がるためには、・・・」というように十の位に繰り上がるためにはどうしたらよいかと考える《意図した条件の組み合わせ》を行う場合もある。このような条件の組み合わせ方は、求めたいもののためには何がわかればよいかと考える[逆向きの思考]である。[前向きの思考]は問題条件の中から新たな条件の発見につながる思考であるのに対して、[逆向きの思考]は解決の道筋を限定するため、思考の効率化に貢献する。誤答者は[前向きの思考]のみを用いて数字の組み合わせを考えていたのに対して、正答者

は「逆向きの思考」を用いて、繰り上がる数字の組み合わせを効率よく考えていた。

以上のことから【条件組み合わせ方の自覚的展開】というカテゴリーが生成される。正答者と誤答者の思考過程には、所与の条件組み合わせを自動的に受容するのみか、あるいは求めているものためには何がわかればよいのかと考える操作へ展開ができるかに、顕著な相違が観察される。

（３）振り返りの場面

学習者は自分の思考過程を想起し、それを文字や言葉によって表現している。例えば、「 $9+4$ で 1 繰り上がって、 $8+1+1$ で 1 繰り上がる。」のように計算の〈手順を表示〉したり、「 $78+62$ をして 160」のように〈結果を表示〉したりする。さらに、「足し算では、足して十の位になると 1 繰り上がるから…」のように、どうやってその答えを導き出したのかという〈理由の表示〉をしたり、自分の解法を見直すことにより《答えの反芻》を行ったりすることで「妥当性の検討」を行うことで、自分の思考の道筋を可視化することができる。

以上のことから【思考過程の可視化】というカテゴリーが生成される。正答者の【思考過程の可視化】では、計算の手順や結果を示すだけではなく理由や根拠を言葉で表現することができていた。一方誤答者の【思考過程の可視化】では、手順を言葉で示すことはできていても、理由や根拠を示す表現は見られなかった。

（４）肯定的・否定的自己評価の場面

問題に取り組む途中、学習者は幾度となく自分の思考を省みる。解決に行き詰まれば「だめだだめだだめだ」や「おてあげ」といった発言にみられるような《解決への不安》が沸き上がるし、逆にうまく正答にたどり着けば「よしこれでいいや」や「簡単だよ」といった発言にみられるように《解決した満足感》が沸き上がる。満足感を味わった学習者は次の問題への《解決への意欲》が生まれる。

以上のことから感情や意欲に関わる肯定的かつ否定的な【自己評価】のカテゴリーが生成される。正答者は、「できた」「もっとやりたい」などの肯定的な感情を表出することが多いのに比べ、誤答者は「だめだ」「わからない」などの否定的な感情表出が目立った。

第5節 理論仮説の生成

以下に本研究の目的、カテゴリーから生成された理論仮説の定義と説明を示した。

研究目的	算数の問題解決において、児童の思考過程を分析することによって、児童が問題の構造をとらえて解決に至るまでのプロセスの特徴を明らかにし、現場教諭の実践的課題解決のための理論仮説を提示すること
理論仮説	逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある。
定義	問題場面に直面した児童は問題から得られる条件を組み合わせながら、見通しのきっかけとなる解決の分岐点を探ろうと試みる。その過程においてメタ認知的活動である【思考過程の可視化】や【自己評価】を行いながら、問題の【条件組み合わせの自覚的展開】を行うことで【解決分岐点の自覚】をし、見通しをもった状態に至る。
説明	問題場面に直面した児童は解決を目指し、既習の知識や、問題から得られる情報をもとに、[条件の探索]を始める。その過程において、[逆向きの思考]と[前向きの思考]を用いて条件の組み合わせ方を変えながら解決の分岐点を探る。このような条件組み合わせの相互変換を繰り返しても、解決の分岐点が見つからなければ《解決の行き詰まり》となり、見つければ見通しをもつことができる。このような行動の背景には、自分の[操作の自覚]をするために、[操作の振り返り]や[妥当性の検討]といったメタ認知的活動をすることや、解決への不安や解けた満足感等の肯定的あるいは否定的自己評価がある。

第6節 理論仮説の妥当性の検証

本節は、「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある」という理論仮説の妥当を調査によって検証することを試みたい。調査はGTAによって生成された14概念を質問項目として実施した。

これまでのGTAを使用した研究では、その理論仮説の妥当性を数量的に検討する試みは極めて限定されている¹⁰⁶。理論仮説の妥当性は、GTAのテキストでは、第一に、理論仮説について、他校および他学年の算数科の教員とのカンファレンスによって、妥当性を検討する、第二に、生成された概念とカテゴリーが他校での算数科の問題解決過程における思考過程にも妥当するのかどうかを検証し、必要に応じて理論仮説の精緻化を図っていく。

この作業は理論仮説生成後になり、しかも多大な時間を必要とする。しかし、理論仮説生成の段階で暫定的な妥当性を見極めることは、本研究が実践研究に生かされることを目指し、現場での支持を得るためにも、必要である。そこで本研究は理論仮説の妥当性の数量的な検討を試行することにした。しかし、この試みは必要であり、上述したような研究状況を考慮するならば、開発的な研究を積み重ねていくことが求められている。

1 調査方法

愛媛県内の公立小学校5、6年生45名に対して以下の調査を行った。

なお、学力レベルについては、全国学力学習状況調査の算数の得点や日頃の成績を加味して、概ね8割以上の理解ができている児童を上位、6割以上の理解ができている児童を中位、それ以下の児童を下位として各担任にレベル分けを依頼した。

なお、本調査は、質的研究法を用いて分析した調査校とは地域性の違う学校を選定している。時間的な制約で、調査校からの協力が得られなかったことが理由である。調査校選定に課題を残していることをあらかじめお断りしておきたい。

(1) 授業

前回の調査と同様の指導案を用いて、「虫食い算」の授業を45分を行った。授業では、自力解決後に「百の位に繰り上がるためにはどんな数字の組み合わせを選べばよいか」と考える逆向きの思考を児童に周知した。

106 谷口祐美枝(2012)「高校生の理数科目における関心低下と学習行動の関係—進学系高校を対象とした質問紙調査の量的質的分析を通して—」日本教育実践学会,教育実践学研究,第13巻第1・2合併号。

（２）事前調査

調査前日に計算力・数学的表現力のレディネステストを実施した。計算力は四則演算の計算問題、数学的表現力は簡単な文章問題をどのように解いたか言葉で説明する問題を出題した。計算力が極端に低い場合や、言葉で自分の思考過程を表現することができない児童は調査対象から外そうと考えていたが、実施した結果調査対象から除外すべき児童は見当たらなかった。

（３）事後調査Ⅰ・Ⅱ

調査当日は本時問題（虫食い算）を授業で取り上げ、授業直後に事後調査Ⅰとして以下の文章問題を解いた後、14 の概念に関する質問紙調査（表 14）を実施した。質問項目は GTA により生成された 14 の概念から得た内容を基に、文章問題に取り組んだ時の自分の思考過程を振り返るための質問を児童がわかりやすい言葉で説明した文章を用いた 4 件法、21 項目からなる自作の質問紙にて測定した。さらに一週間後、事後調査Ⅱとして同様の文章問題を解き、逆向きの思考の活用度合いを調べた。

事後調査Ⅰ

たろうさんはモモとリンゴを買いにいきました。
モモとリンゴを一つずつ買うと 350 円でした。
モモを 3 つ買って 300 円のかごに入れると 900 円でした。
リンゴは一ついくらでしょう。

表 14 事後調査Ⅰの質問内容

Q01_問題条件への着目（概念①）

この問題を最初に見たとき問題文のどこから考えればよいと思いましたか

- ①たろうさんはモモとリンゴを買いにいきました。
- ②モモとリンゴを一つずつ買うと 350 円でした。
- ③モモを 3 つ買って 300 円のかごに入れると 900 円でした。
- ④リンゴは一ついくらでしょう。

Q02_問題条件のつながり探索（概念②）

（１）の 4 つの文には何かつながりがあると思いますか

- ①とてもつながりがある
- ②少しつながりがある
- ③あまりつながりはない

④つながりはない
<p>Q03_解決の行き詰まり（概念③）</p> <p>この問題を解いている途中で分からなくなったり、困ったりしたことがありますか</p> <p>①いっぱいあった</p> <p>②少しあった</p> <p>③あまりなかった</p> <p>④ぜんぜんなかった</p>
<p>Q04_間違いの気づきと訂正（概念④）</p> <p>途中で自分のまちがいに気づいて直すことができましたか</p> <p>①できた</p> <p>②少しはできた</p> <p>③あまりできなかった</p> <p>④ぜんぜんできなかった</p>
<p>Q05_前向きの思考（概念⑤⑥）</p> <p>問題を解いているとき、「かごのねだんはわかる→だからもものねだんがわかる→だからリンゴのねだんもわかる」という考え方が頭にうかびましたか。</p> <p>①うかんだので、この考えをつかって問題を解いた</p> <p>②少しくかんだけど、この考えは使わなかった</p> <p>③あまりうかばなかったので、この考えは使わなかった</p> <p>④まったくうかばなかったので、この考えは使わなかった</p>
<p>Q06_逆向きの思考（概念⑦）</p> <p>問題を解いているとき、「リンゴのねだんをもとめるためには→もものねだんがわかればいい」という考えが頭にうかびましたか</p> <p>①うかんだので、この考えをつかって問題を解いた</p> <p>②少しくかんだけど、この考えは使わなかった</p> <p>③あまりうかばなかったので、この考えは使わなかった</p> <p>④まったくうかばなかったので、この考えは使わなかった</p>
<p>Q07_操作の振り返り（概念⑧⑨）</p> <p>りんごのねだんをどうやってもとめたか言葉で説明することができましたか</p> <p>①できた</p> <p>②少しできた</p> <p>③あまりできなかった</p> <p>④ぜんぜんできなかった</p>

Q08_理由の表示（概念⑩）

「～だから」とか「～なので」という言葉をつかって説明することができましたか

- ①できた
- ②すこしできた
- ③あまりできなかった
- ④ぜんぜんできなかった

Q09_答えの反芻（概念⑪）

答えが出せたあと、もう一度自分の答えを見直しましたか

- ①見直した
- ②すこし見直した
- ③あまり見直さなかった
- ④ぜんぜん見直さなかった

Q10_解決した満足感（概念⑫）

答えがわかったとき、「うれしい」とか「やった～」という気持ちになりましたか

- ①とてもうれしかった
- ②少しうれしかった
- ③あまりうれしくなかった
- ④ぜんぜんうれしくなかった

Q11_解決への意欲（概念⑬）

答えがわかったとき、「もっとやりたい」「他の問題もチャレンジしたい」と思いましたか

- ①とても思った
- ②すこし思った
- ③あまり思わなかった
- ④ぜんぜん思わなかった

Q12_解決への不安（概念⑭）

途中でわからなくなったり、困ったりしたとき不安な気持ちになりましたか

- ①とても不安になった
- ②すこし不安になった
- ③あまり不安にならなかった
- ④ぜんぜん不安にならなかった

Q13_思考過程の可視化の効果

自分の考えを言葉で話したり書いたりすることは、問題を解くのに役に立ったと思いますか

- ①とても役に立った
- ②すこし役に立った
- ③あまり役に立たなかった
- ④ぜんぜん役に立たなかった

Q14_思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり

途中で分からなくなったり、困ったりしたとき、自分の考えを言葉で話したり書いたりすることで、「あっ」とひらめいたり、気づいたりすることがありましたか

- ①何度もあった
- ②少しあった
- ③あまりなかった
- ④ぜんぜんなかった

Q15_逆向き思考の効果

途中で分からなくなったり、困ったりしたとき、「リンゴのねだんをもとめるためには何がわかればよいか」と考えることで、「あっ」とひらめいたり、気づいたりすることがありましたか

- ①何度もあった
- ②少しあった
- ③あまりなかった
- ④ぜんぜんなかった

Q16_問題条件の自覚

この問題文からわかることはどれですか

- ①もものねだん
- ②りんごのねだん
- ③かごのねだん
- ④どれもわからない

Q17_求めたいものの自覚

この問題文で「求めたいもの」はなんですか

- ①もものねだん
- ②りんごのねだん
- ③かごのねだん
- ④ももとかごとリンゴ全部のねだん

<p>Q18_操作の自覚</p> <p>途中で自分の間違いに気づいたときどうしますか</p> <p>①問題文からわかることをもう一度さがしてみる</p> <p>②答えがわかるためにはどうしたらいいか考える</p> <p>③あきらめる</p> <p>④先生や友達に聞く</p>
<p>Q19_前向き思考と逆向き思考の比較</p> <p>A「かごのねだんはわかる→だからもものねだんがわかる→だからリンゴのねだんもわかる」という考え方と B「リンゴのねだんをもとめるためには→もものねだんがわかればいい」という考え方では、どちらのほうがわかりやすいですか</p> <p>①A の考え方</p> <p>②B の考え方</p> <p>③どちらともわかりやすい</p> <p>④どちらともわかりにくい</p>
<p>Q20_問題解決の態度</p> <p>途中で分からなくなったり、困ったりしたとき、あなたはどうしますか</p> <p>①最後まであきらめずに解く</p> <p>②頑張る気持ちはあるけれど、途中であきらめてしまう</p> <p>③頑張る気持ちはうすれていくが、解くのはやめない</p> <p>④頑張る気持ちがなくなり解くのをやめる</p>
<p>Q21_算数に対する嗜好性</p> <p>算数の勉強は好きですか</p> <p>①とても好き</p> <p>②まあまあ好き</p> <p>③あまり好きではない</p> <p>④ぜんぜん好きではない</p>

2 分析方法

理論仮説―「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互転換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある」の妥当性を事後調査Ⅰ、および逆向き思考の有無によって検証する。そのために、次の手順を踏んだ。

手順 01：授業後の問題解決と 1 週間後の問題解決にみられる逆向き思考の変化を検定し、逆向き思考が問題解決に影響している示唆を得る。

手順 02：問題解決過程に関わる概念に対応する Q01 から Q12、およびカテゴリーに対応する Q13 から Q21 をそれぞれ主成分分析し、データの情報を主成分に分類することによって、その主成分と各変数との相関関係—主成分負荷量より、理論仮説を構成する概念およびカテゴリーが表れるパターンから、理論仮説の妥当性を検証することを試みる。

なお分析には SPSS バージョン 24 を使用した。

3 分析結果

(1) 学力の階層

人数	
学力上位群	14 名
学力中位群	23 名
学力下位群	8 名

(2) 授業後の問題解決と一週間後の問題解決にみられる逆向き思考の変化

逆向き思考有り 1、逆向き思考無し 2 として検定。仮説 H_0 ：「変化はなかった」について、反復測定による 1 元配置の分散分析によって検定を行う。その結果は有意確率 $0.002 <$ 有意水準 0.05 で、仮説 H_0 は棄てられ、変化はあったと考えられる。

その変化を平均値の差は 0.289 、 $p < .05$ で、明らかに一週間後の問題解決における逆向き思考が有意に多かったことが認められる。

(3) 問題解決と逆向き思考の相関

調査当日に本時問題（虫食い算）を授業で取り上げ、授業直後の問題解決と逆向き思考との相関をみたところ、学力上位層、中位層、下位層ともに、両者の相関は認められなかった。1 週間後では、学力上位層 $r = .782^{**}$ 、中位層 $r = .724^{**}$ 、下位層 $r = .745^{*}$ のように強い相関が認められる。この間に問題に取り組んでいた成果が反映していると予測されるが、3 層ともに斯かる相関係数は逆向き思考が問題解決にプラスの貢献をしていること予測される。

(4) 手順 02：Q01 から Q12 の主成分分析

第 1 主成分は Q01 から Q12 の全変数を総合する主成分である。なお以下の（）内の％は、初期固有値の分散の％は主成分がデータ全体の説明寄与率を示す。Table01 より、第 1 主成分（寄与率 17.428% ）は、カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】に対応する概念—Q08:概念10、

Q07:概念8/9—で構成されている。第2主成分（寄与率14.341）は、カテゴリーⅣ【自己評価】に対応する概念—Q11:概念13、Q10:概念12—で構成されている。第3主成分（14.341%）は、カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】に対応する概念—Q09:概念11—と、カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】に対応する概念—Q04:概念4—で構成されている。次に第4、5主成分（20.696%）はカテゴリーⅡ【条件組合せの自覚的展開】に対応する概念—Q05:概念5、Q06:概念7—で構成されている。

以上より、逆向き思考を行ったグループは、カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】とカテゴリーⅡ【条件組合せの自覚的展開】、カテゴリーⅣ【自己評価】を主成分とするタイプと考えられる。想定外であったのは、カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】については第1主成分でQ01「問題条件への着目」（概念）の成分負荷量-.624が示すように、逆向き思考を行った—行えるグループはカテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】が問題着手時に行われていると予想される。このことは重要である。換言すると、問題着手時に【解決分岐点の自覚】が行われる場合には課題解決についての予想がイメージないしデザインされていると考えられるからである。

この結果を逆向き思考を行わなかった—できなかったグループと対照しておきたい。第1主成分のみで寄与率は39.165%であり、カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】に対応する概念—Q02:概念2、Q04:概念4、およびカテゴリーⅣ【自己評価】に対応する概念—Q10:概念11/12、Q11:概念13—が占める割合が高くなっている。第3主成分（寄与率12.529%）にカテゴリーⅢ【思考過程の可視化】に対応する概念—Q09:概念11—があらわれるが、成分負荷量は-.859である。すなわち、このグループでは解決の躓きにさいして解決分岐点の自覚に注意を払っていると考えられる。さらに自己の問題解決の取組みを振り返り・検討する【思考過程の可視化】に対するネガティブな傾向が認められる。逆向き思考を行ったグループとは対照的である。

Table01 回転後の成分行列^{a, b}

	成分				
	1	2	3	4	5
Q08_理由の表示	.809				
Q07_操作手順の表示	.759				
Q01_問題条件への着目	-.624		-.459		.301
Q11_解決への意欲		.807			
Q10_解決した満足		.723			

Q02_問題条件のつながり 探索		.588			.537
Q03_解決の行き詰まり	-.444	-.475		-.403	
Q09_答えの反芻			.919		
Q04_間違いの気づきと訂 正			.766		.446
Q05_順序性のある組み合 わせ				.813	
Q12_解決への不安	-.397			-.712	
Q06_意図した条件の組み 合わせ					.912

因子抽出法：主成分分析

回転法：Kaiser の正規化を伴うバリマックス法

a. 逆向き思考 = 可

b. 10 回の反復で回転が収束しました。

（５）手順 02：Q13 から Q21 の主成分分析

逆向き思考を行ったグループでは、Table02 より、Q13 から Q21 の変数を総合する主成分になる第 1 主成分（寄与率 28.735）は、成分負荷量の大きさの順にみると、カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】に対応する Q13「思考過程の可視化の効果」、カテゴリーⅡ【条件組合せの自覚的展開】に対応する Q15「逆向き思考の効果」、カテゴリーⅡとⅢに対応する Q14「思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり」、そしてカテゴリーⅣ【自己評価】に対応する Q21「数学に対する嗜好性」から構成されている。すなわち、カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】以外のカテゴリーから構成されている。

第 1 主成分—変数 Q13～Q21 を総合する主成分に、カテゴリーⅡⅢⅣに相関関係がみられること、その強さはカテゴリーⅢⅡⅣの順になっている。この結果は、理論仮説「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互転換が正答を導く主因」であることとズレが見られる。調査ではカテゴリーⅢ【思考過程の可視化】の成分負荷量をもっとも強くなっているからである。理論仮説ではカテゴリーⅢは副因となっている。

Table02 回転後の成分行列^{a, b}

	成分		
	1	2	3
Q13_思考過程の可視化の効果	.814		
Q14_思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり	.673		
Q15_逆向き思考の効果	.670	.446	
Q21_算数に対する嗜好性	.483	.411	-.325
Q18_操作の自覚	-.346	.724	
Q20_問題解決の態度		.692	
Q16_問題条件の自覚		.541	
Q19_前向き思考と逆向き思考の比較			.817
Q17_求めたいものの自覚			.664

因子抽出法：主成分分析

回転法：Kaiser の正規化を伴うバリマックス法

a. 逆向き思考 = 可

b. 6 回の反復で回転が収束しました。

そこでカテゴリーⅡとⅢに対応する Q14「思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり」に着目してみたい。この変数は、実は、Q15「逆向き思考の効果」とともに理論仮説を想定し、検定にかけていた。すなわち、Q14 が Q15 との関係を相関関係ではなく、Q14 の「思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり」の下線を規定している変数が Q15「逆向き思考の効果」であることを予測していた。この予測が確認されるならば、Q14 と Q15 で、「逆向き思考への自覚的転換とその操作」を予測でき、理論仮説の妥当性がこの調査によって検証されと考えられる。そこで、この規定を重回帰分析によって検定した。

Q14 を独立属変数とおき、Q13～Q21 の変数を説明変数として重回帰分析を行ったステップワイズ法を使用し投入する F の確率は $p \leq .050$ 、除去する確率を $p \geq 100$ とする。Table03 より、予測どおり、Q14 は Q15 によって規定されていたことがわかる。

Table03 「思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり」の重回帰分析結果

	<i>B</i>	<i>SE B</i>	β
説明変数			
Q15:逆向き思考の効果	.506	.197	.444*
R^2	.576**		

従属変数：思考過程の可視化と解決分岐点の自覚とのかかわり

* $p < .05$

B:偏回帰係数、SE B:偏回帰係数の標準誤差、 β :標準偏回帰係数、 R^2 :決定係数

本調査結果により、理論仮説における主因と副因を判然と検討することはできなかったが、逆向き思考グループの問題解決過程は、「逆向き思考への自覚的転換とその操作」、思考過程の可視化、そして自己評価を第1主成分とする特色をもっていると考えられ、理論仮説はカテゴリーIを除いて検証されたと認められる。

最後に概念とカテゴリーとの対応で思考過程を検定した場合に、ズレが認められることについて言及しておきたい。この理由は、事後調査Iの質問項目についての評価について、概念との対応で思考過程をみると、問題解決に具体的に取り組んだときの被験者の自己評価がストレートに反映されていたからではないかと予想される。一方、カテゴリーとの対応で思考過程をみた場合には、具体的な問題解決に取り組んだときよりも、問題解決過程全体を振り返ったときの評価が反映されていると予想される。

なお、事後調査Iの質問項目と対応する概念に関して、1質問項目に2つの概念を対応させたのは問題であった。GTAから生成された理論仮説の妥当性を調査によって検定することができるためには、被験者となる小学生の数と問題解決直後に自己評価できる質問項目の開発が重要となる。

第7節 現場教師とのカンファレンス

1 現場教師とのカンファレンス実施状況

GTA では生成された理論仮説の妥当性を検討するためにカンファレンスの実施を求めている。本研究においても算数の問題解決における思考過程についての理論仮説およびカテゴリーについて3人に対してカンファレンスを行った。カンファレンスに入る前に、本研究の目的、プロセス図、理論仮説について説明を行い理論仮説の妥当性について協議した。

表 15 カンファレンスの実施状況

仮名	実施年月日	時間	場所	属性
Kさん	2018年3月30日	13:00～14:00	対象者勤務先	小学校教諭 40代 男
Yさん	2018年4月2日	18:00～18:30	ファミリーレストラン	小学校教諭 40代 女
Mさん	2018年4月2日	18:30～19:00	ファミリーレストラン	小学校教諭 50代 男

2 カンファレンス結果

現場教師とのカンファレンスにおいて、理論仮説全体に対してのフィット感および教師の「分析的声かけ」「メタ認知的声かけ」「共感的対話」についてもその対照とした。その結果と、GTAの専門家であるスーパーバイザーとカンファレンスを実施しカテゴリーおよび理論仮説に修正を加えた。

(1) カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】における分析的な声かけについて

説明文において、カンファレンスの発言者の引用は〔〕で囲み斜体で示す。発言のローデータは□内に示し、発言者はアルファベットの仮名を文末に示す。筆者の補足説明は（）で挿入する。

カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】の説明に対して、現場教師は〔問題が解けない子は、どうやって解けばいいかわからないのと同時に、自分がどう考えているのか自覚がない〕という印象を持っていた。そのため、〔無意識にやってる〕思考過程を〔意識させてあげるといのは大事〕であり、〔いろいろな思考をどれが使えるか試しながら問題を解決していくというのが問題解決している子どもの姿〕であるということが合意された。

さらに、[ある程度、いろいろやって行き詰っている子には、見方を変えるという意味で、逆向きの思考のような分析的な問いかけをするのはいい]とし、[自分がどう考えているのか考えの筋道みたいなものを自覚するというのはすごく納得した]と語り合意された。

- ・ある程度、いろいろやって行き詰っている子には、見方を変えるという意味で、逆向きの思考のような分析的な問いかけをするのはいいんじゃないかと思います。
(K)
- ・「あ、そうか」と気づくきっかけになるのではないかなと。こういう考え方って無意識にやってると思うんですけど、それを意識させてあげるというのは大事なんだろうなと思います。(K)
- ・いろいろな思考をどれが使えるか試しながら問題を解決していくというのが、問題解決している子どもの姿なんだと思います。(K)
- ・問題が解けない子は、どうやって解けばいいかわからないのと同時に、自分がどう考えているのか自覚がないんじゃないかな。(Y)
- ・自分がどう考えているのか考えの筋道みたいなものを自覚するというのはすごく納得しました。(Y)

(2) カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】におけるメタ認知的声かけについて

説明文において、カンファレンスの発言者の引用は〔〕で囲み斜体で示す。発言のローデータは□内に示し、発言者はアルファベットの仮名を文末に示す。筆者の補足説明は（）で挿入する。

カテゴリーⅢ【思考過程の可視化】において、自分の考えを言語化することについては、[自分がどう考えたのか書くとか言葉で話すということは、現場でもいろいろやらせている]教師が多いことがわかった。[「算数言葉」を使って説明させる]とか、[「話し方の型」をきめ]るなど、学校生活における言語活動は多岐にわたっていると想像できる。

言葉で書いたり話したりすることは、[自分の考えを整理でき]、[自分の思考の筋道をも一度辿る]ことにつながるとしメタ認知のモニタリングの効果を確認し合意した。

さらに、学力との相関にも言及し[自分の考えを書いたり、しゃべったりすることができると成績もいいような気]がするという現場での感覚を語った。同様の指摘は、別の現職教員に見られ、[自分はこう考えましたというのをしっかり書ける子は、学力も高い]という発言が見られた。

また、児童が書いた文章について教師が見とる内容は、[答えや式があっているかとか、どうやって解いたか、解き方の説明みたいな文章を確認する程度]であることが実状であ

るため、[この子は前向きの思考をしているとか逆向きの思考をしているとか、そういった視点っていうか指標があると、そういった眼で児童の文章をみることで現場としては随分助かる]とし、[子どもの書いた文章をみて、子どもがどう考えているのか見とる手立てがある]ことの重要性が合意された。

さらに、[手順や結果を書くのはおおかたの子がやりますけど、理由を書いたり、どうしてその答えになったのかを確かめ算的に振り返ったりすることが出来る[妥当性の検討]というのはしっくりきます]に見られるように【思考過程の可視化】のなかでも理由や根拠を表示することも合意された。

- ・自分がどう考えたのか書くとか言葉で話すということは、現場でもいろいろやらせているけど、最初は書けなくても何回かやらせているうちに慣れというか、書けるようになっていきますね。(K)
- ・「算数言葉」を使って説明させるとか、学級会とかでもやらせますけど、「話し方の型」をきめておいて、それに当てはめてまず話してみるとか。(K)
- ・「なんでそうなったの」とかよく使いますね。(K)
- ・やっぱり、文字にすると、自分の考えを整理できるっていうのかな。そんな印象を受けますね。(K)
- ・自分はこう考えましたというのをしっかり書ける子は、学力も高い。でも、逆に学力はそこそこあるのに、文に表せない子もいるけどね。そういう子には、メタ認知的声かけをして、どう言葉にしたらいいのか教えてあげたらいいですよ。(K)
- ・言葉で書くのは大事だと思うけど、実際書かせた文章の何を見るかって、答えや式があっているかとか、どうやって解いたか、解き方の説明みたいな文章を確認する程度かな。(Y)
- ・この子は前向きの思考をしているとか逆向きの思考をしているとか、そういった視点っていうか指標があると、そういった眼で子どもの文章をみることで現場としては随分助かると思います。特に若い先生なんか、子どもの書いた文章をみて、子どもがどう考えているのか見とる手立てがあるって大きいと思います。(Y)
- ・自分の考えを書いたり、発表したりすることは、よくやります。実感として、自分の考えを書いたり、しゃべったりすることができる子の方が成績もいいような気はしています。(M)
- ・文字にすることで、自分の思考の筋道をもう一度辿るからじゃないかな。(M)
- ・手順や結果を書くのはおおかたの子がやりますけど、理由を書いたり、どうしてその答えになったのかを確かめ算的に振り返ることが出来る【妥当性の検討】というのはしっくりきます。これができるというのはかなり大きいですよ。(M)

(3) カテゴリーⅣ【自己評価】における共感的対話について

説明文において、カンファレンスの発言者の引用は〔〕で囲み斜体で示す。発言のローデータは□内に示し、発言者はアルファベットの仮名を文末に示す。筆者の補足説明は（）で挿入する。

カテゴリーⅣ【自己評価】については、[できない子って、ほんと自己評価低いですよ。最初から苦手と決めつけていたり、やってみようという気にさせることが一番気を遣うかな]や[解けていない子に肯定的な言葉かけて難しいですよ]に見られるように、現場教師にとって難しさを感じる課題であることが確認された。

また、児童に肯定的自己評価を促す共感的対話については、[共感的対話というのは、その子に寄り添うってというのはわかるんですけど、問題が解けても解けなくても、「一生懸命最後までやりぬいた」ということに対する評価というか「がんばったね」というねぎらいってというか・・・でもそうじゃないんですよ]のように、具体的にどのような声かけなのか悩んでいる様子が見られた。[(児童は)解決の不安を抱えていると、先へ進まなくなってしまう]ため、「これなら自分にもできそうだ」と思わせる]、「解けそうだ」と思えば、自分でやりたくなる]、[答えが出ればうれしくなる]といった肯定的自己評価を促す声かけの必要性について合意された。

[共感的対話というのは、確かに大事だなあとと思います。実際自分もやれてないんじゃないかなって思いますね。なかなか手のかかる子に「よくわかっているね」とか言えないですもん。「はいできたね。わかった？」みたいな感じで流しているかも、これ反省ですね]と、日頃の自身の指導を振り返り、[途中で「もうやめた」とならないために、ちょっとずつ「できてるよ」「いい感じに進んでるよ」というのをこちらが発信してあげることで、子どものやる気が持続する]という側面を確認し合意された。

しかし、一方で[肯定的自己評価って、こちらが子どもに対してしてあげるのではなく、子ども自身が自分の事を肯定的に評価するということですよ。教師がいくら「すごいね」って言ったとしても子ども自身がすごいと思っていなければ肯定的自己評価につながらないと思います。だから、あんまり成功経験のない子が肯定的自己評価をするってとても難しい]という課題も残された。

- ・できない子って、ほんと自己評価低いですよ。最初から苦手と決めつけていたり、やってみようという気にさせることが一番気を遣うかな。(K)
- ・共感的対話というのは、確かに大事だなあとします。実際自分もやれてないんじゃないかなって思いますね。なかなか手のかかる子に「よくわかっているね」とか言えないですもん。「はいできたね。わかった？」みたいな感じで流しているかも、これ反省ですね。(K)
- ・共感的対話というのは、その子に寄り添うっていうのはわかるんですけど、問題が解けても解けなくても、「一生懸命最後までやりぬいた」ということに対する評価というか「がんばったね」というねぎらいっていうか・・・でもそうじゃないんですよ。(Y)
- ・結果解けたことに対する「解けましたね。できましたね」という確認なのかな、ちょっと違うかな。(Y)
- ・解けていない子に肯定的な言葉かけて難しいですよ。(Y)
- ・分析的な問いかけをして、行き詰まっていた子が「あっ」とひらめいたときとか、「そうそう、いいこと考えたね」みたいに言ってあげるということですかね。そういう意味で、この図が時間的な流れではないっていうことですか。(Y)
- ・途中で「もうやめた」とならないために、ちょっとずつ「できてるよ」「いい感じに進んでるよ」というのをこちらが発信してあげることで、子どものやる気が持続するということですかね。(Y)
- ・解決の不安を抱えていると、先へ進まなくなってしまうと思います。「こうしたらどうかな」とアドバイスすることで、「これなら自分にもできそうだ」と思わせることですよ。「解けそうだ」と思えば、自分でやりたくなるし、それで答えが出ればうれしくなりますよ。(M)
- ・肯定的自己評価って、こちらが子どもに対してしてあげるのではなく、子ども自身が自分の事を肯定的に評価するということですよ。教師がいくら「すごいね」と言っただとしても子ども自身がすごいと思っていなければ肯定的自己評価につながらないと思います。だから、あんまり成功経験のない子が肯定的自己評価をするってとても難しいことなんじゃないかと思いました。(M)

(4) 全体のフィット感

説明文において、カンファレンスの発言者の引用は〔〕で囲み斜体で示す。発言のローデータは□内に示し、発言者はアルファベットの仮名を文末に示す。筆者の補足説明は（）で挿入する。

全体のフィット感としては、*「子どもが自分で自分の躓きの原因に気づく」**「(児童が) 考えるという視点をもつ」*ということに *「気づかされました」*と、現場教師として児童の思考過程を捉える視点の必要性が語られ合意された。

また、*「こういう問題に対する切り込み方をいろいろ知っていることは、算数の問題に限らずもっと幅広く生活の中での問題解決に役立つ」*等と、その可能性に期待できると賛同を得た。

- ・ まちがってるかなとか解き方の検討がつかない時、子どもってどう考えているんだろうという視点に立つということに気づかされました。もし目の前に問題解けない子がいたら、「ここの計算が間違っているから答えがあわないんだろうな」とか「単位を揃えて計算するという既習事項を忘れているんだな」とか、この子が解けない原因をさがしてしまおうと思います。どういう考え方をしたら、子どもが自分で自分の躓きの原因に気づくかと考えるという視点をもつことが教師にとって大事なんだと思いました。(M)
- ・ 「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的展開」というのは、自分が今どうやって考えているのか気づくことができていると思いました。(Y)
- ・ 逆向きの思考をしてるとか、前向きの思考をしてるとかは、高学年になれば自分で自覚できると思うし、こういう問題に対する切り込み方をいろいろ知っていることは、算数の問題に限らずもっと幅広く生活の中での問題解決に役立つと思います。(M)

以上のカンファレンスの結果、全体のフィット感、及び理論仮説について合意がなされた。以下に対象者別のインタビューデータを示す(表 16)。

表 16 現場教師とのカンファレンスの内容

	内容
K さ ん	<p>Q 概念図、ストーリーライン・理論仮説の現場とのフィット感について教えてください</p> <p>問題の解けない子って、どうしたらいいか考えているというより、どう考えてい いかわからない状態という感じがします。何か切り口を与えてあげれば取り組める ようになるのかもしれないけど、その子にとって何が切り口なのかその子その子 によってちがいますからね。そこが、難しいところで、「前にやったでしょ」といって も、ピンと来なかったり、この子にとっての既習事項ってなんだろうと思いますね。 解き方の順に丁寧に細かいステップで教えると、その問題はとけるようになって も、ちょっと違う問題になるとまったく解けなかったりして。やっぱり、自分で あれこれ考える、考え方っていうか、考え方のスキルみたいなものを自覚している というのは大きいと思います。条件組み合わせの自覚的展開というのは合意できま す。</p> <p>Q 条件組み合わせの自覚的展開の中の、前向きの思考と逆向きの思考というのはい かがでしょうか。</p> <p>ある程度、いろいろやって行き詰っている子には、見方を変えるという意味で、 逆向きの思考のような分析的な問いかけをするのはいいんじゃないかと思います。 「あ、そうか」と気づくきっかけになるのではないかなと。こういう考え方って無 意識にやってると思うんですけど、それを意識させてあげるとというのは大事ななん だろうなと思います。前向きの思考と逆向きの思考以外の思考はあるんですかね。い ろいろな思考をどれが使えるか試しながら問題を解決していくというのが、問題解 決している子どもの姿なんだと思います。</p> <p>Q 思考過程の可視化についてはいかがですか</p> <p>自分がどう考えたのか書くとか言葉で話すということは、現場でもいろいろやら せているけど、最初は書けなくても何回かやらせているうちに慣れというか書ける ようになっていきますね。「算数言葉」を使って説明させるとか、学級会とかでも やらせますけど、「話し方の型」をきめておいて、それに当てはめてまず話してみ るとか。「なんでそうなったの」とかよく使いますね。やっぱり、文字にすると、自 分の考えを整理できるっていうのかな。そんな印象を受けますね。自分はこう考え ましたというのをしっかり書ける子は、学力も高い。でも、逆に学力はそこそこあ るのに、文に表せない子もいるけどね。そういう子には、メタ認知的声掛けをして、</p>

	<p>どう言葉にしたらいいのか教えてあげたらいいですよ。</p> <p>Q 自己評価についてはいかがですか</p> <p>できない子って、ほんと自己評価低いですよ。最初から苦手と決めつけていたり、やってみようという気にさせることが一番気を遣うかな。共感的対話というのは、確かに大事だなあとします。実際自分もやれてないんじゃないかなって思いますね。なかなか手のかかる子に「よくわかっているね」とか言えないですもん。「はいできたね。わかった？」みたいな感じで流しているかも、これ反省ですね。</p>
Y さ ん	<p>Q 概念図、ストーリーライン・理論仮説の現場とのフィット感について教えてください</p> <p>条件組みあわせの自覚的展開というところが、初めて知る感じでした。「こうなって、こうやって、こうしたらとけるでしょ」みたいに教えていたんですけど、子どもが頭の中でいろいろ考えることも大事なんだと考えさせられました。私は「どこがわからないの？これは、こうしたら、この数がわかって、だからこの式ができて・・・」みたいに説明してしまっていたけど、子どもはわかっていなかったのかもしれない。「わかった？」「はい」って言っているけど・・・。こういう子どもに考えさせる声かけて意識してみたいと思います。</p> <p>「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的展開」というのは、自分が今どうやって考えているのか気づくことができていると思いました。問題が解けない子は、どうやって解けばいいかわからないのと同時に、自分がどう考えているのか自覚がないんじゃないかな。</p> <p>自分がどう考えているのか考えの筋道みたいなものを自覚するというのはすごく納得しました。</p> <p>Q 思考過程の可視化についてはいかがですか</p> <p>言葉で書くのは大事だと思うけど、実際書かせた文章の何を見るかって、答えや式があっているとか、どうやって解いたか、解き方の説明みたいな文章を確認する程度かな。この子は前向きの思考をしているとか逆向きの思考をしているとか、そういった視点っていうか指標があると、そういった眼で子どもの文章をみることで現場としては随分助かると思います。特に若い先生なんか、子どもの書いた文章をみて、子どもがどう考えているのか見とる手立てがあるって大きいと思います。</p>

	<p>Q 自己評価についてはいかがですか</p> <p>共感的対話というのは、その子に寄り添うっていうのはわかるんですけど、問題が解けても解けなくても、「一生懸命最後までやりぬいた」ということに対する評価というか「がんばったね」というねぎらいっていうか・・・でもそうじゃないんですよ。結果解けたことに対する「解けましたね。できましたね」という確認なのかな、ちょっと違うかな。</p> <p>解けていない子に肯定的な言葉かけって難しいですよ。分析的な問いかけをして、行き詰まっていた子が「あっ」とひらめいたときとか、「そうそう、いいこと考えたね」みたいに言ってあげるということですかね。そういう意味で、この図が時間的な流れではないっていうことですか。</p> <p>途中で「もうやめた」とならないために、ちょっとずつ「できてるよ」「いい感じに進んでるよ」というのをこちらが発信してあげることで、子どものやる気が持続するということですかね。</p>
M さ ん	<p>Q 概念図、ストーリーライン・理論仮説の現場とのフィット感について教えてください</p> <p>間違ってるかなとか解き方の検討がつかない時、子どもってどう考えているんだろうという視点に立つということに気づかされました。もし目の前に問題解けない子がいたとしたら、「ここの計算が間違っているから答えがあわないんだろうな」とか「単位を揃えて計算するという既習事項を忘れているんだな」とか、この子が解けない原因をさがしてしまうと思います。どういう考え方をしたら、子どもが自分で自分の躓きの原因に気づくかと考えるという視点をもつことが教師にとって大事なんだと思いました。逆向きの思考をしてるとか、前向きの思考をしてるとかは、高学年になれば自分で自覚できると思うし、こういう問題に対する切り込み方をいろいろ知っていることは、算数の問題に限らずもっと幅広く生活の中での問題解決に役立つと思います。</p> <p>Q 思考過程の可視化についてはいかがですか</p> <p>自分の考えを書いたり発表したりすることは、よくやります。実感として、自分の考えを書いたり、しゃべったりすることができる子の方が成績もいような気はしています。文字にすることで、自分の思考の筋道をもう一度辿るからじゃないかな。手順や結果を書くのはおおかたの子がやりますけど、理由を書いたり、どうしてその答えになったのかを確かめ算的に振り返ることが出来る【妥当性の検討】というのはしっくりきます。これができるというのはかなり大きいですよ。</p>

Q 自己評価についてはいかがですか

解決の不安を抱えていると、先へ進まなくなってしまうと思います。「こうしたらどうか」とアドバイスすることで、「これなら自分にもできそうだ」と思わせることですよね。

「解けそうだ」と思えば、自分でやりたくなるし、それで答えが出ればうれしくなりますよ。肯定的自己評価って、こちらが子どもに対してしてあげるのではなく、子ども自身が自分の事を肯定的に評価するということですよね。教師がいくら「すごいね」って言ったとしても子ども自身がすごいと思っていなければ肯定的自己評価につながらないと思います。だから、あんまり成功経験のない子が肯定的自己評価をするってとても難しいことなんじゃないかと思いました。

第4章 考察

本研究は、算数の問題解決過程において、児童の思考過程を分析することによって、児童が問題の構造をとらえて解決に至るまでのプロセスの特徴を明らかにし、現場教諭の実践的課題解決のための理論仮説を生成した。この成果は先述した先行研究や実践場面においていかなる意義を有するのか改めて考察しておきたい。

第1節 先行研究との比較

先行研究において課題とされたことは、児童の問題構造をとらえる思考過程の様相が明らかになっていないため、数学的な見方・考え方を使えていない児童に対する処方が不十分であること、また数学的な見方・考え方を問題解決型授業において指導することが可能となる指標の構築が待たれるということであった。具体的には、学力差に応じた手立てを講じる処方箋を得ること、現場教師が児童の思考の深度を評価する視点が開発されることである。

以上の第1章で示した算数・数学教育学における課題を先行研究と比較し、本研究の成果がどのような意義をもっているのかについて言及したい。

1 解決分岐点の自覚

第一に、カテゴリーⅠ【解決分岐点の自覚】についてである。石田らの先行研究において、「見通しをもつ」「問題構造をとらえる」段階における児童側の困難点や指導者側の問題点があげられた。見通しをもてない児童に対する手立ては枚挙にいとまがないが、「見通しをもつ」とはどういう思考の様相を呈しているのかまでは明らかにされていなかった。これまで、「見通しをもつ」と表現されてきたことの内実について本研究は、実証的な検証を行った。その内実は、①問題条件への着目、②問題条件のつながり探求、による「条件の探索」と、③解決の行き詰まり、④間違いの気づきと訂正、による「操作の自覚」によって形成される【解決分岐点の自覚】である。

つまり、「見通しをもつ」とは、解決に至る条件を探す操作プロセスを自覚することといえよう。

2 条件組み合わせの自覚的展開

第二に、カテゴリーⅡ【条件組み合わせの自覚的展開】についてである。既知、未知に関わらず問題条件をどう組み合わせるかについては、日本数学教育学会をはじめとする多くの学会誌で「数学的な考え方」と融合された問題解決ストラテジーとして示されてきた。

しかし、「絵や図に表す」や「自分に置き換えて考える」のストラテジーのように適用できる問題が限定されるものと、「類推」「一般化」のストラテジーのように汎用性の高いものが混在し、これらを包含する独自の視点は明らかにされていなかった。本研究では、Skemp の理解モデルを援用することによって、児童の理解の質的相違を解釈した。つまり、問題条件を理由付けなく組み合わせている道具的理解と、なすべきこととその理由をともに知って組み合わせる関係的理解が存在するということである。

そのことによって、これまでの問題解決ストラテジーに対して「条件の組み合わせ」という独自の視点を明らかにすることができた。その視点の内実は、①順序性のある組み合わせ、②順序性のない組み合わせ、と表現される「前向きの思考」と、③意図した条件の組み合わせである「逆向きの思考」である。

特に今回の研究では「逆向きの思考」の果たす役割が明確になった¹⁰⁷。現在まで、「逆向きの思考」は作図の証明問題や極限值と求める問題場面¹⁰⁸など、中学高校の学習で取り上げられることが多く、小学校の単元で取り上げているものは少ないのが現状である。その要因として、数学的方略や特殊的技法に比べて「逆向きに考える」ストラテジーの指導方法がはっきりしないことが原因であると考えられる。

また、逆向きの思考は小学校段階の児童には難しいのではないかという発達上の懸念も考えられるが、2015 年に幼稚園年長児の論理的思考力を調べた国立教育政策研究所の調査¹⁰⁹では、表出は少ないものの 5 歳児でも可逆的思考は十分できることが示されている。本研究は、斯かる国立教育政策研究所の調査を引き継ぐものである。

逆向きの思考が果たす役割は、思考の可視化（メタ認知的活動）と同時に問題条件と視点の転換による問題解決の予測とその操作を限定する「思考の効率化」である。例えば、虫食い算の調査問題において「百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか」と考えることで、たくさんある数字の組み合わせから解決につながる組み合わせを効率的に絞り込むことができる。前向きの思考をした場合は試行錯誤的に数字をあてはめているだけだった

107 岡本寿美(1997)「算数の問題解決過程における逆向きの思考についての研究」上越数学教育研究 第 12 号,pp.61-70.

小学校 4 年生と 6 年生の児童(142 名)の中から文章題において躓いた児童を 10 名抽出し、「逆向きに考える」ストラテジーを指導した。当初見通しを持てずにいた児童 9 名中 5 名に対して「答えがわかるためには何がわかればよいか」という発問を行うことによって、未知の事柄から既知の事柄へと思考を進める逆向きの思考を迫体験させたところ、問題全体の構造が捉えやすくなること、問題構造に直結した見通しを持てるようになったことが示されている。

また、「逆向きに考える」ストラテジーの特性として、問題の形式による制約を受けず汎用性が高いこと、「問題構造を捉える」段階に有効であることの 2 点を挙げている。

108 松岡沙知・安西一夫(2004)「数学的な見方・考え方に関する考察」香川大学教育実践総合研究, 9, pp.37-46.

分析的な考え方の例題をあげている例題として次のような問題をあげている。

「線分 $BC=a$ 、角 α 、高さ H が以下のように与えられている。このとき、底辺 $BC=a$ 、 $\angle bac=\alpha$ 、高さ H の三角形 abc を作図せよ」

109 内田伸子他(2014)「乳幼児の論理的思考の発達に関する研究～自発的活動としての遊びを通して論理的思考力が育まれる～」保育科学研究, 第 5 巻, pp.131-139.

が、逆向きの思考をした場合には、最初に設定した数字に対して「100 より大きくなるためにはどんな数字にしたらよいか」を考えて数字を決めていた。

この虫食い算では、「百の位に1 繰り上がっている」という問題条件から、数字の組合せ方を考えていく必要があった。0 から 9 の数字の無数の組合せ方をひとつひとつ当てはめていくのでは非常に効率が悪い。そんな中で、「百の位に1 繰り上がるための数字の組合せ方を考えればよい」という思考過程は当てはまる条件を絞り込むことに大きな役割を果たしている。このように、「百の位に繰り上がるためにはどうしたらよいか」と逆向きに考えることは「思考の効率化」と「問題構造の把握」を容易にしていることが示された。

以上のことから、【条件組み合わせの自覚的展開】は、前向きの思考と逆向きの思考を相互に展開しながら問題条件に対する理解を深化させる営みであるといえよう。換言すれば、前向きの思考によって使える条件を広く探索し、逆向きの思考によって探索する範囲を絞り込み思考の効率化を図る。前向きの思考と逆向きの思考を交互に繰り返すことで解決へと導くのである。

3 思考過程の可視化

第三に、カテゴリⅢ【思考過程の可視化】についてである。先行研究において問題解決ストラテジーが学力下位の児童に有効に働かないという問題点があげられた。この問題の対処法として「メタ認知的活動」が取り上げられるようになり、言語化された記述の中から児童のメタ認知をモニタリングとフィードバックにより指導に生かす試みがなされるようになった。しかし、表出された記述内容について指導の指標となるものは示されていない。児童の言語化された記述の内実は、①《操作手順の表示》と②《操作結果の表示》に示された「操作の振り返り」についての記述と、③《理由の表示》、④《答えの反芻》、に示された「妥当性の検討」である。「操作の振り返り」はモニタリングを、「妥当性の検討」はフィードバックが相当する。よって、【思考過程の可視化】は、躓きの場面における【解決分岐点の自覚】と条件組み合わせの場面における【条件組み合わせの自覚的展開】において行われるメタ認知的活動であるといえよう。

4 自己評価

第四に、カテゴリⅣ【自己評価】についてである。その内実は、⑫《解決した満足感》および⑬《解決への意欲》に示される「肯定的評価」と⑭《解決への不安》に示される「否定的評価」である。【自己評価】は、様々な問題解決の場面における積極的あるいは消極的取り組み、問題解決の完遂あるいは断念に関わっている重要な一要因であるといえよう。

以上のことから、本研究は先行研究から明らかにされた課題を引き受け、これらの課題に具体的な説明を加えることができたという点で先行研究に対して、一定の貢献を果たしうると考えられる。

第2節 実践場面との関係における本研究の意義

算数の問題解決に関する先行研究の多くが問題解決方略の有効性に関する調査研究であり、学習者の思考過程について理論的仮説を提示しそれを実証的に検証し精度を高める成果を蓄積してきたとは言い難い。そのために学力差に対応した方略指導のプログラムを提案する成果を見るには至っていなかったことについては既述したとおりである。

本研究は、学習者の思考過程について、「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある」という理論仮説を提示することができた。

斯かる理論仮説にもとづくと、算数科における問題解決過程における、授業中の机間指導での躓きの早期発見、およびその対処についての観点と手順を提案することができる。正答者と誤答者の思考過程は【解決分岐点の自覚】、【条件組み合わせの自覚的展開】として把握することができる。そしてそれを把握する観点となるのが概念である。

正答者の問題解決は、条件の発見→躓き→前向き思考を数回繰り返し、逆向き思考への転換を経て解決にいたる。誤答者についても、それは正答者と変わらないように観察される。

しかし誤答者の場合は、概念②《問題条件のつながり探索》が生起しない。すなわち解決分岐点において、教師は、誤答者が《問題条件のつながり探索》を欠く可能性があることを事前に認識し、個別対応を行うことができるであろう。問題解決および思考の転換点は【条件組み合わせの自覚的展開】にある。この段階では、概念⑦《意図した条件の組み合わせ》の有無と逆向き思考の有無の見極めチェックが指導上および学習上重要となる。同様に、斯かる転換と思考過程の可視化と自己評価をどのように絡ませるかについての見極めチェックについても概念②は指導上の指標となりうる。

以上のことから、本研究は実践場面における課題を引き受け、児童の思考の深度を評価する視点および指導上の指標を提示できたという点で、一定の貢献を果たしうると考えられる。

第3節 妥当性検証について

本研究で生成した理論仮説「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある」の妥当性検証を調査と現場教師とのカンファレンスによって実施した。

調査による妥当性検証は、GTAの研究では開発的な試みであった。調査から、主因と副因を判然と区別できる検定はできなかったが、問題解決過程に関わる概念とカテゴリーに対応する変数をそれぞれ主成分分析し、データの情報を主成分に分類することによって、その主成分と各変数との相関関係—主成分負荷量より、理論仮説を構成する概念およびカテゴリーが表れるパターンから、理論仮説の妥当性を検証することを試みた。その結果は、逆向き思考グループの問題解決過程は、「逆向き思考への自覚的転換とその操作」、「思考過程の可視化」、そして「自己評価」を第1主成分とする特色をもっていると考えられ、理論仮説はカテゴリーIを除いて検証されたと認められる。GTAから生成された理論仮説の妥当性を調査によって検定することができるためには、被験者となる小学生の数と問題解決直後に自己評価できる質問項目の開発が重要である。

現場教師とのカンファレンスは、概念図と概念およびカテゴリーについて合意が得られるのか、その際に現場—指導場面とのフィット感についての了解が重視された。5名の現場教師とのカンファレンスであったが、概念図、概念、カテゴリーともに合意が得られた。

GTAでは、理論仮説は字義どおり仮説であり、その仮説をフォーマル理論として精緻化することは理論仮説自体と研究者の使命である。そのためには次の2点が大切となってくる。すなわち、第1に、ローデータをとった調査校における同学年および他学年の算数科の授業において理論仮説は妥当するのか、第2に、他校における同学年においても理論仮説は妥当するのか、である。この2点はもちろん理論生成後の継続課題となる。その過程で理論仮説の精緻化をはかりながら妥当性を広げ、フォーマル理論へ近づいていくことになる。ただし、実践研究では実践の場でこそ理論仮説の活用とともに妥当性が問われる。そのために本研究では調査によってその妥当性について開発的な検定を行った。

なお、妥当性については、理論仮説生成の過程でも検証する必要がある。本研究では、とくにカテゴリー生成と理論仮説生成の過程で、GTAで博士の学位を有する研究者および現場教師、さらにスーパーバイザーとの間で、計15回のカンファレンスを実施し、合意にもとづいてカテゴリーと理論仮説の妥当性を担保した。なお、斯かる過程で、統計的な検定が必要ではないかという見解が実践系の学会でもみられるが、それではGTAの必要はなくなる。

本研究における理論仮説の妥当性検証については、方法—サンプル数、調査校選定等に

ついて課題を残すことになったが、実践現場レベルにおいて合意を得ることができた。

第4節 対極層との比較からの考察

GTA において不可欠な比較—本研究では正答者と誤答者の比較をととして理論仮説生成過程の妥当性を検討していくことが必要となっている。本節では、算数の問題解決過程における思考過程について正答者と誤答者の違いを確認し、誤答を正答へ転換する実践的な指針を提案しておきたい。

既述したように児童の思考過程においては正答者と誤答者の間には、【条件組み合わせの自覚的展開】における逆向きの思考、【思考過程の可視化】における妥当性の検討、および【自己評価】における肯定的評価の有無が関係することが示唆された。つまり、正答者と誤答者の相違点として次の3点が明らかになった。

- ①【条件組み合わせの自覚的展開】において、誤答者には逆向きの思考がみられない。
- ②【思考過程の可視化】において、理由や根拠を表す妥当性の検討が行われていない。
- ③【自己評価】において肯定的自己評価がみられない。

現在教育現場では、問題解決型授業が浸透し、アクティブラーニングを取り入れた授業の普及が目指されているが、現場教師にとって実際にどのように児童へ働きかければよいのかについての指標は明らかになっていないといえない。

そこで、本研究の結果を踏まえ、誤答者の思考過程から正答者の思考過程へ移行させる手立てとして、児童への声かけについて先行研究の成果を上記3つの観点で整理し、学界の研究成果を現場へ繋ぐ一助としたい。上記①②③のカテゴリーは児童の反応や思考過程を見とることができず、問題解決型授業に踏み切れない教師の苦慮ないし不安を取り除く指標—タームになると考えられる。

【条件組み合わせの自覚的展開】における逆向きの思考を促す声かけ例

「答えがわかるためには何がわかればいいですか」(岡本 1997) ¹¹⁰

「求めたいものがこうだったらどうなりますか」(松岡 2004) ¹¹¹

「このことを使うためにはその前提として何が必要ですか」長谷川 (2004) ¹¹²

110 岡本寿美(1997),前掲 107.

111 松岡沙知・安西一夫(2004),前掲 108.

112 長谷川勝久・三輪道正(2004),前掲 37.

岡本（1997）の「逆向きに考える」ストラテジーや、松岡（2004）の「分析的な問いかけ」は、前向きの思考のみで躓いている児童に、逆向きの思考の視点を与える直接的な声かけである。長谷川（2004）の声かけは中学2年生の図形の授業において指導されたもので、コンセプトマップを用いて解析的思考を指導することで図形の証明を組み立てるときの声かけである。

条件組み合わせの場面において、どのような条件をどうやって組み合わせたらいいかわからなくなって躓いている児童に対しては、逆向きの思考を促す声かけが有効に働くと考えられる。

【思考過程の可視化】における妥当性の検討を促す声かけ例

「どうしてこの式になったのかな。ふきだしにかいてみよう」（亀岡 2012）¹¹³

「この答は確かだと思いますか」などのメタ認知方略（多鹿 2008）¹¹⁴

「この式を立てるときにどんなことに気を付けましたか」（岡本 1999）¹¹⁵

【思考過程の可視化】において、解決に至った根拠や理由を言語化させるために、亀岡（2012）はふきだし法を用いて、ノートに根拠や理由を書かせる方法を提示している。このような思考過程の可視化を促す手法は今後ますます重要になってくるであろう。

また、多賀（2008）、岡本（1999）のように児童に解決の振り返りを促すメタ認知的声かけの重要性が再確認されたといえよう。児童が自分の思考過程を振り返る声かけは、自分なりの答えを導き出した後の共同思考において自分の考えを述べるときや、授業のまとめにおいて、学んだことを総括する場面などで多くみられた。しかし、【思考過程の可視化】における妥当性の検討を促す声かけは、解決途中で前向きの思考と逆向きの思考の相互変換を生起させる要因となることから考えると、解決途中で躓いている児童に、自分の思考を振り返らせる声かけの工夫が現場で求められると考えられる。

113 亀岡正睦・神保勇児(2012)「算数科におけるメタ認知形成方略としての「ふきだし法」に関する研究(1)-プロセスレコードによるメタ認知形成過程の考察-」京都文教大学臨床心理学部研究報告,第5集,pp.25-35.

114 多鹿秀継(2008)「子どもの算数問題解決におけるメタ認知の役割」神戸親和女子大学,研究論叢,第41号,pp.127-136.

115 岡本真彦(1999)『算数文章題の解決におけるメタ認知の研究』風間書房.

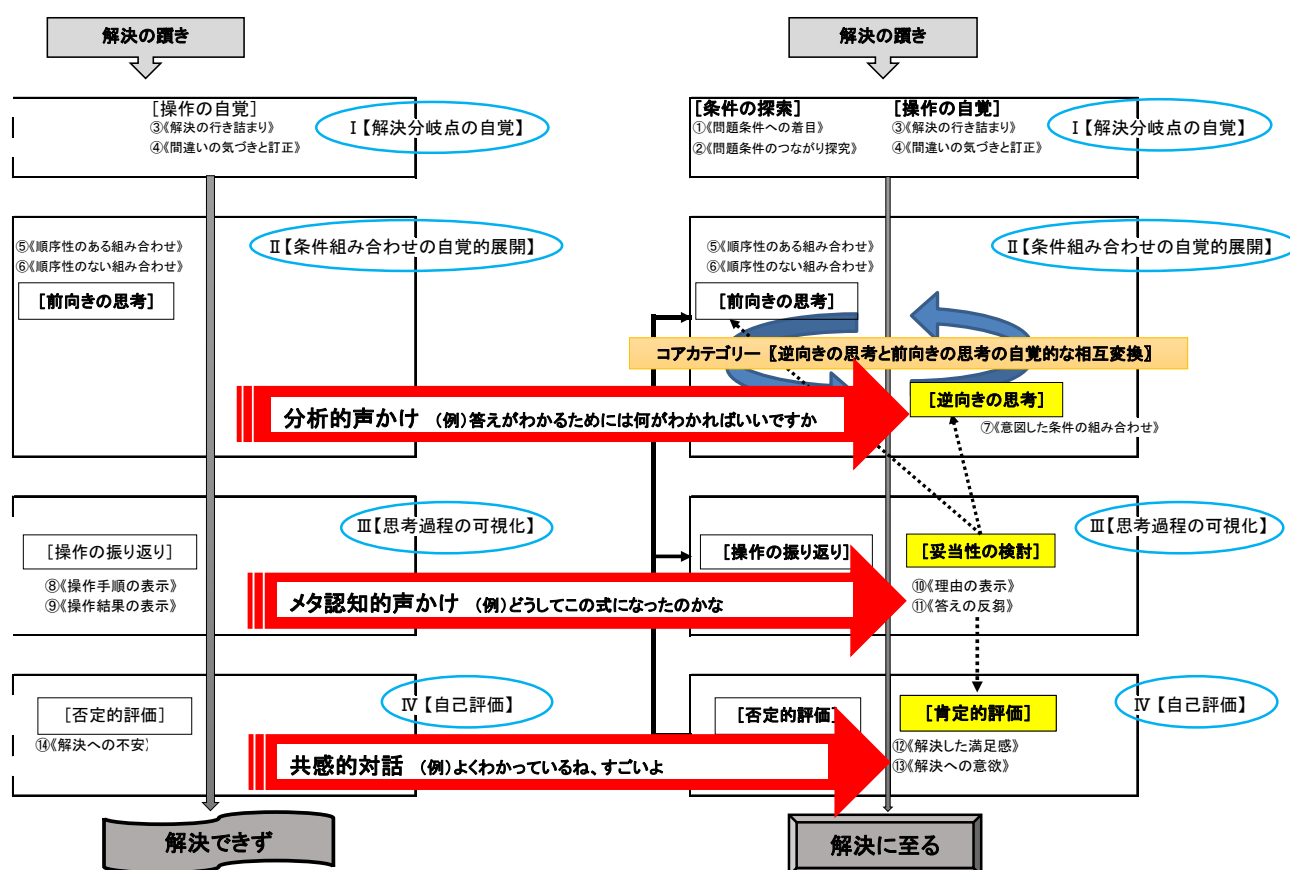
【自己評価】における肯定的評価を促す声かけ例

「よくわかっているね。すごいよ」(下野 2017) ¹¹⁶

「こんないい考えできているね」(楠 2017) ¹¹⁷

【自己評価】における肯定的評価を促す声かけとして、楠(2017)の共感的対話があげられる。達成感や満足感などの肯定的自己評価が様々な問題解決の場面における積極的取り組みや問題解決の完遂に関わっている重要な一要因であることから、算数の問題解決における情意の研究は、今後さらなる研究が期待される分野である。

以上3つの手立てとカテゴリー関連図との関わりは以下の図8のように表すことができる。



第5章 本研究の成果と課題

本研究の成果をまとめると以下の3点であった。

第一に、算数の問題解決過程に展開される4つのカテゴリーの関連は思考の経時的な展開ではなく、時間を超越した構造をなしていることである。児童は問題場面に直面すると、答えの見当をつけることや、解決の筋道について予想を立てることにより、《問題条件への着目》が促される。さらに、着目した条件を組み合わせることにより、前向きの思考もしくは逆向きの思考を用いながら【条件組み合わせの自覚的展開】により【解決分岐点の自覚】がなされる。ただし、このような「条件の探索」は常に成功するとは限らず、時には何度考えても題意に合わないことに混乱し、どうしたらよいかわからないという壁にぶつかり《解決の行き詰まり》を感じることがある。そのような時には、解決過程において沸き上がる肯定的あるいは否定的感情を自分の思考や操作と結び付けて【自己評価】したり、自分の思考過程を言葉や文字で表現することにより第三者にもわかるように【思考過程の可視化】したりすることで解決への糸口を見出そうと再度試みるのである。

第二に、児童の思考過程の特徴である4つのカテゴリーと『逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換』というコアカテゴリーとが関連し合いながら、解決へのきっかけとなる【解決分岐点の自覚】をなし得ることを明らかにできたことである。

第三に、算数の問題解決場面における児童の思考過程の特徴について理論仮説が生成されたことである。その理論仮説は次のとおりである。

「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある。」

先行研究において、問題解決ストラテジーの有効性やその指導法は模索され続けてきた。その結果、「見通しをもつ」という活動が問題解決過程において極めて重要な役割を果たすことは周知のこととなった。本研究では「見通しをもつ」とはどのような状態のことを指すのか、また見通しをもつに至るまでにはどのような過程を辿るのかという問いに対して、【解決分岐点の自覚】【条件組み合わせの自覚的展開】【思考過程の可視化】【自己評価】の4つのカテゴリーを手掛かりにして説明することができた。

つまり、児童が「見通しをもつ」とは、既知、未知を問わず様々な【条件組み合わせの自覚的展開】を行うことで解決しようとする問題に内在する【解決分岐点の自覚】が生じることであり、その誘因として思考活動の活性化に関わる感情的側面の【自己評価】と、メタ認知的活動である【試行過程の可視化】が認められるということが言える。

本研究が提示した理論仮説「逆向きの思考と前向きの思考の自覚的な相互変換が正答を導く主因であり、この相互変換を生起させる副因として思考過程の可視化や自己評価、解決分岐点の自覚がある」にみられる逆向き思考への転換が「思考の効率化」と容易な「問題構造の把握」と一体となって起こっていることは、先行研究で明らかとなっている「分析的思考」をよりミクロな次元でみたときに、言えるのではないかと考えられる。

この仮説は、さらなる事例研究で検証されるべきものである。

本研究では、理論仮説の妥当性について調査による統計解析と小学校教師によるカンファレンスによって実施した。その結果、今回生成したカテゴリーや理論仮説は調査校に限定されるものではなく、他校の児童にも応用できることが示された。

しかし、本研究は GTA による実践研究であり、理論仮説が実際の授業場面でどの程度妥当性を有し、同時に解釈可能であるのかについてさらに事例数を増やして検証していく必要がある。具体的には、GTA による理論仮説について、他校の教師とのカンファレンスを実施し、精度を高め、その精度向上と一般性を得るために、他校の同学年でも妥当するのかについて検証すること、その作業において理論仮説が児童の問題解決の変化の過程を分節的に観察でき、さらに授業＝学習改善にどの程度貢献できるのかについても検証することが次の課題となる。

今後はさらに問題解決ストラテジーだけでなく数学的表現力及びメタ認知能力の向上を図るための指導法を探り、小学校教員養成課程における算数科指導法研究にも貢献していきたいと考えている。

〔引用文献〕

B.G.Glaser&A.L.Strauss(1967) “The Discovery of Grounded Theory:Strategies for Qualitative Research” ,Aldine Publishing Company,Chicago,1967.

後藤隆・大出春江・水野節夫訳(2008),『データ対話型理論の発見』,新曜社(初版第12刷),p.12.

Carl B.Boyer(1984)『数学の歴史 2』(加賀美鉄雄、浦野由有訳),朝倉書店,pp.102-103.

Creswell & Plano Claek (抱井尚子訳) (2007)『早わかり混合研究法』,ナカニシヤ出版,p.2.

Cross,R.D.&Paris,S.G.(1988)”Developmental and instructional analyses of children’s metacognition and reading comprehension.” *Journal of Educational Psychology*,80,pp.131-142.

Kazuhiko Nunokawa and Hirotoshi Hiroi(2013) “Elementary School Students’ Use of Drawings And Their Problem Solving” ,Nova Science Publishers,Inc,pp.123-151.

Reid,J .R.(1995) “Mathematical Problem solving strategies; A study of how children make choices.” Unpublished Masters of Education Dissertation,University of Western Ontario,Proceedings of 27th Annual Meeting of PME-NA,Virginia Tech,October 2005,p2

Skemp,R.R(1979)”Goals of Learning and Qualities of Understanding”, *Mathematics Teaching*,No88,p45.

Skemp,R.R(1982)”Symbolic Understanding”,*Mathematics Teaching*,No99,pp.59-61.

秋田喜代美・藤江康彦編(2007)『はじめての質的研究法 教育・学習編』東京書籍,p.7.

池田恭一(1989)「見通しを持ち筋道立てて考える力を育てる指導法の工夫」日本数学教育学会誌 71(6),pp.33-42.

石田淳一(1996)「問題解決方略の指導を受けた子どもの問題解決過程に関する上位－下位分析」科学教育研究,20(4),pp.207-212.

石田淳一(1998)「長時間の問題解決方略の指導を受けた少額 6 年生の問題解決方略の使用に関する上位－下位分析『パターン発見』方略の使用過程を中心に」日本数学教育学会数学教育学論究,69,pp3-21.

石田淳一(2002)「小学生の「一般化」問題の解決における困難性」日本数学教育学会誌 84(6),pp.23-31.

石田淳一(2007)「算数科における『パターン発見』方略の指導に関する実証的研究」日本数学教育学会誌,臨時増刊,数学教育学論究 88,pp.5-9.

石田淳一・土田圭子(2007)「「考える足場」をつくる授業設計による論理的な考えを育てる算数指導：2 学年「1000 までの数」の単元を題材にして」日本数学教育学会誌 89(8),pp.2-9.

石田淳一(2007)「2 学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究」日本数学教育学会誌 89(6),pp.2-11 .

石田淳一(2010)「3 学年の逆思考文章題解決における線分図指導に関する研究」日本数学教育学会誌 92(2),pp.2-9.

抱井尚子(2015)『混合研究法入門：質と量による統合アート』医学書院,p.8.

植村憲治(2010)「年長児における加法逆減法問題の理解度」日本数学教育学会誌 92(8),pp.13-18.

内田伸子他(2014)「乳幼児の論理的思考の発達に関する研究～自発的活動としての遊びを通して論理的思考力が育まれる～」保育科学研究 5,pp.131-139.

太田信夫・多鹿秀継（編）（1991）『認知心理学：理論とデータ』,第3部「思考」第10章問題解決,pp.146-161.

岡田猛（1987）「問題解決の評価に関する発達的研究」教育心理学研究 35,pp.49-56.

岡本寿美(1997)「算数の問題解決過程における逆向きの思考についての研究」上越数学教育研究第12号,pp.61-70.

岡本尚子・黒田添史・前迫孝憲・江田英雄(2009)「授業場面を想定した学習過程児のNIRSによる脳活動の特徴-小学生を対象とした虫食い算課題におけるヒント揭示実験を通して-」教育実践学研究,10(2),pp.11-20.

岡本真彦（1991）「発達の要因としての知能およびメタ認知的知識が算数文章題の解決に及ぼす影響」発達心理学研究,第2巻,第2号,p.78.

奥村直子(2017)『「ピアノ遊び」を通した子どもの主体的な表現形成要因の研究－14年間の追跡データの分析を通して－』聖徳大学大学院博士論文.

海保博之・原田悦子(1993)『プロトコル分析入門』新曜社,p.44.

片桐重男(1988)『数学的な考え方の具体化』明治図書,巻末一覧表.

勝美芳雄・重松敬一・小島源一郎(2007)「数学教育におけるメタ認知の研究(22)－新・算数作文の開発とその検証－」日本数学教育学会,第40回数学教育論文発表会論文集,pp.169-174.

加藤久恵(2000)「数学的問題解決におけるメタ認知の機能とその育成に関する研究」日本数学教育学会誌.数学教育学論究,71・72,pp.21-27.

金本良通・栗原孝子(2004)「算数の学習活動に対する子供たちの意識－ある小学校での調査を基に－」日本数学教育学会誌 86(6),pp.10-19.

亀岡正睦、神保勇児(2012)「算数科におけるメタ認知形成方略としての「ふきだし法」に関する研究(1)-プロセスレコードによるメタ認知形成過程の考察-」京都文教大学臨床心理学部研究報告第5集,pp.25-35.

川上貴、松寄昭雄(2012)「小学校における数学的モデリングの指導の新たなアプローチ」日本数学教育学会誌 94(6),pp.2-12.

楠 博文(2017)「共感的理解の育成から見た『算数の本質に迫るアクティブラーニング』に関する実践的研究」就実教育実践研究,第10巻,pp.1-14.

黒澤寿美(2016)「算数科におけるストラテジー指導に関する研究成果と課題ー現場教師のアンケート調査からー」児童学研究 18,聖徳大学児童学研究所,pp.61-67.

国立教育政策研究所(2016)「全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取り組みが期待される内容のまとめ」(小学校編).

御所南コミュニティ編(2009)「学校大好き！コミュニティ・スクール 未来に輝く小中一貫教育を目指して」,pp.80-83.

古藤怜(1985)『問題解決におけるストラテジーの研究』明治図書,pp.13-18.

左右田睦月、魚住明生(2017)「技術事象を取り入れた数学的活動に関する基礎的研究」三重大学教育学部研究紀要 68,pp.263-272.

三宮真理子(2008)『メタ認知 学習力を支える高次認知機能』北大路書房,p.2.

重松敬一(1990)「メタ認知と算数・数学教育ー内なる教師の役割」平林一栄先生領寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』聖文社,pp.76-107.

重松敬一・吉岡睦美(2012)「中学生のメタ認知育成のための振り返りシート活用の実践的研究」奈良教育大学紀要,61(1),pp.121-133.

清水紀宏(1993)「数学的問題解決における方略的能力に関する研究－方略的能力の生起の分析可能性について－」日本数学教育学会,第26回数学教育論文発表会論文集,pp.303-308.

清水紀宏(1996)「数学的問題解決における方略的能力に関する研究(V)－問題解決能力に対する方略的能力の寄与率の実証的検討－」全国数学教育学会誌,数学教育学研究,第2巻,pp.59-68.

清水美憲(1988)「数学的問題解決におけるメタ認知の役割」筑波数学教育研究,第7号,p.218.

下野浩二(2017)「主体的・対話的で深い学び」を生み出す算数科授業」福祉社会学部論集,35(4),pp.31-39.

杉山智江、佐鹿孝子(2014)「小児がんの子どもがターミナル期に病気の予後や死の不安・恐怖を「語り」始めた瞬間からの看護師のかかわりプロセス」日本小児看護学会誌, vol.23, No.2.

須藤紀博(1988)「見通しを持ち筋道を立てて考える力を伸ばす指導」日本数学教育学会誌 70(8),pp.43-47.

砂村京子(2016)『学校における保健室・養護教諭の機能と役割に関する質的研究－養護教諭の生徒へのかかわり方の特徴に着目して－』聖徳大学大学院博士論文.

高島弘江(1990)「子ども一人一人が見通しをもって考える力を育てる算数科学習の進め方」日本数学教育学会誌 72(2),pp.27-32.

多鹿秀継(2008)「子どもの算数問題解決におけるメタ認知の役割」神戸親和女子大学研究論叢 41,pp.127-136.

多鹿秀継、中津檜男(2016)「児童の算数問題解決におけるメタ認知方略の活性化」神戸親和女子大学大学院研究紀要第12巻,pp.1-10.

多田美香子(1989)「子どもひとりひとりが既習事項を生かして取り組む算数科学習での類推する考えの育成」日本数学教育学会誌 71(12),pp.20-25.

田中敏(1987)「言語化と問題解決」日本児童研究所(編)『児童心理学の進歩・1987年度版』金子書房,pp.123-143.

坪田耕三(1998)「算数科授業改善への提言」日本数学教育学会誌 80(2),pp.6-13.

手島勝朗(1992)『知的葛藤を生み出す算数の授業』,明治図書,p.53.

中原忠男(1995)『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社,pp.112-115.

中村光一(2016)「数学授業における数学的知識の構成に関する研究」日本数学教育学会誌 数学教育学論究 101.102,pp.5-14.

長野哲也(2009)「子どもの「心に残る」学習活動の要因に関する研究～卒業作文の生活科と総合的な学習の記述に着目して」上越教育大学大学院 2008年度修士論文.

日本数学教育学会編(2010)『数学教育学研究ハンドブック』,pp.30-37.

布川和彦(2005)「問題解決過程の研究と学習過程の探求」日本数学教育学会誌 87(4),pp.22-34.

長谷川勝久・三輪道正(2004)「コンセプトマップと解析的思考を用いた図形の論証指導」日本数学教育学会誌 83(3),pp.2-12.

長谷川雅枝(2006)「数学的な考え方と問題解決能力」日本数学教育学会誌 88(4),pp.13-22.

早勢裕明(2013)「『問題解決の授業』に踏み切れない教師の不安についての一考察 :小学校における算数の授業研究を通して」北海道教育大学紀要. 教育科学 編,64(1),pp.97-109.

比嘉邦彦(2012)「eポートフォリオ活用時のメタ認知形成支援に関する考察」研究報告
コンピュータと教育(CE)114(1), pp.1-5.

廣瀬和代(1990)「見通しを立てて問題解決に取り組む力の育成」日本数学教育学会誌
72(4),pp.27-32.

福田敏雄(1988)「数学的問題解決におけるストラテジー指導の有効性について」日本数学
教育学会誌 70(8),pp.36-42.

藤井斉亮(2016)「世界に発信する授業研究と問題解決型授業」日本数学教育学誌,65(1),p1.

船山美和子(2002)「冠動脈バイパス術を受けた病者の術直後のサバイバルプロセス」日本
看護学会誌,22(2).

牧野智彦(2008)「知識基盤社会における数学教師の役割について」上武大学ビジネス情報
学部紀要, 第 7 巻,第 1 号,pp.57-75.

増井三夫・村井嘉子・松井千鶴子(2007)「GTAにおけるレベル1の概念化」上越教育大
学研究紀要,Vol26,pp.299-316.

増井三夫・野田晃・田邊道行・浅井宣人(2010)「自己調整による思考の変容可能性ー大
手町小学校「学びのノート」の分析ー」上越教育大学研究紀要,第 29 巻,pp.141-
150.

松岡沙知・安西一夫(2004)「数学的な見方・考え方に関する考察」香川大学教育実践総合
研究,pp.37-46.

三重県昭和町齋宮小学校算数研究部(1970)「関数的な見方・感が方を伸ばす指導の実践
例」日本数学教育学会誌 52(10),pp.5-8

三塚正臣(1980)「問題解決におけるストラテジーと思考の関係について」日本数学教育学
会論究,43.44,pp.56-59.

村井嘉子(2008)「救急初療下における心臓・血管系に障害をもつ患者の体験の構造」日本看護学教育学会誌,Vol.18.,No.1,pp.21-31.

村上幸人(2014)「問題解決」に関する課題」第96回全国算数・数学教育研究(鳥取)大会基調発表,p.35.

盛山隆雄(2013)『「数学的な考え方」を育てる授業』明治図書,pp.82-89.

保森智彦(2017)「算数の授業観察時の発話プロトコル分析を通じた教師のPCKの検討」日本教科教育学会誌 40(1),pp.1-14.

山岡武邦・松本伸示(2015)「理科授業における認知的葛藤を生起させるための発問フレームワークの開発と評価～テキストマイニングによる発話プロトコル分析を手掛かりにして～」日本理科教育学会全国大会要項,(65),p.276.

山田隆(1987)「問題解決における方略指導に関する一考察」数学教育研究 2,pp.159-168.

山田高広(2009)「教育課程に取り組む教師の相互行為における研究主任の役割～公立B中学校における事例研究を通して」上越教育大学大学院 2009年度修士論文.

山地あゆみ・黒田あゆみ・田中綾(2000)「問題解決ストラテジーの指導に関する研究」日本数学教育学会誌 82(6),pp

吉本均編(1981)『教授学重要用語 300の基礎知識』明治図書,p.152.

若林富士雄(1992)「見通しをもち筋道を立てて考え高め合う共同思考を目指して」日本数学教育学会誌 74(6),pp.20-24.

和田信哉(2002)「帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究：小学校3、4、5年生へのインタビュー調査を通して」日本数学教育学会誌 84(12),pp.2-13.

和田信哉(2005)「帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究」日本数学教育学会誌.数学教育学論究,83,pp.3-9.

和田信哉(2007)「見通しの段階における手立てについて」日本数学教育学会誌
89(4),pp.11-19.

〔参考文献〕

Heath T.L. (1908) "The thirteen books of Euclid's elements". New York: Dover.

Kearney H(1989) 『認知心理学講座 3 (問題解決・認知科学研究会訳)』海文堂.

Musser(1980) "Problem-solving strategies in school mathematics"
in Reys(Ed). Problem solving in school mathematics (pp136-145). Reston, VA:
National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM(1980). "An Agenda for Action-Recommendation for School Mathematics of the
1980's. NCTM

Polya.G(1954) 『いかにして問題をとくか』(柿内賢信訳)丸善.(原書は 1945)

R.Charles,F.Leaster(1983) 『算数の問題解決の指導(中島健三訳)』金子書房.

Robert S.Siegler(1992) 『子どもの思考(無藤隆訳)』誠真書房.

S.Krulik,J.A.Rudnick(1985) 『問題解決指導ハンドブック』(伊藤説朗訳),明治図書.

Silver E.A. (1981); "Recall of mathematical problem information": solving related
problems. Journal for Research in Mathematics Education. pp.54-64.

Schoenfeld A.H.(1988) ; "Problem solving context(s)". In Charles&Silver(eds.). The
teaching and assessing of mathematical problem solving(pp.82-
92). LEA&NCTM.

Skemp.R.R. (1973) 『数学学習の心理学』(藤永保／銀林浩訳) 新曜社.

Wickelgren(1980) 『問題をどう解くか』(矢野健太郎訳)秀潤社.

安西祐一郎(1985) 『問題解決の心理学』中公新書.

市川伸一(1997)『考えることの科学』中公新書.

市川伸一(2008)『教えて考えさせる授業を創る』図書文化.

市川伸一(2013)『「教えて考えさせる授業」の挑戦～学ぶ意欲と深い理解を育む授業デザイン～』明治図書.

市川伸一(2013)『勉強法の科学～心理学から学習を探る～』岩波書店.

岩田耕司(2014)「隠れた学力観とその顕在化による可能性」日本数学教育学会,第2回春期研究大会論文集.

伊藤説朗(1982)「第1章教材研究の意義, 1-1 算数科の目標と教材研究」『授業に生きる教材研究』(全5巻)所収,明治図書.

伊藤崇達(2010)『やる気を育む心理学(改訂版)』北樹出版.

植木理恵(2004)「自己モニタリング方略の定着にはどのような指導が必要か」教育心理学研究,52,pp.77-286.

岡本真彦(1999)『算数文章題の解決におけるメタ認知の研究』風間書房.

大須賀康宏・石田淳一(1985)『算数の問題解決ストラテジー』東洋館.

大矢真一他(1959)『算数の思考(上)』明治図書.

小高俊夫(1975)『算数数学授業の原理』東洋館.

小林重雄(2001)『心理学概論』コレール社.

小松孝太郎(2014)『算数・数学教育における証明指導の改善』東洋館出版社.

関西算数授業研究会(2014)『『数学的に考える力』を育てる実践事例30』東洋館出版社.

菊池兵一(1995)「若干の一般的方略を総合する一視点としての逆向きの考え」日本数学教育学会(編)『数学学習の理論化へむけて』,産業図書,pp.99-107.

黒澤(岡本)寿美(1996)「算数の問題解決過程における逆向きの思考についての研究」第29回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集,pp.463-468.

黒澤(岡本)寿美(2000)「逆向きの思考を用いたアプローチの活用～第6学年「立体」の授業から見えてきたもの～」日本数学教育学会誌第82巻第12号,pp.50-53.

黒澤寿美(2017)「問題解決における正答者と誤答者の思考過程の相違～小学校5年生算数科の事例研究～」臨床教科教育学会誌,第17巻,第2号,pp.33-40.

戈木グレイグヒル滋子編(2008)『質的研究方法ゼミナール増補版—グラウンデッドセオリー—アプローチを学ぶ—』医学書院(第1刷).

坂本一郎他(1953)『数学学習の心理学』金子書房.

静岡県湖西市立岡崎小学校・清水静海(監修)(1994)『算数のよさを追求する授業～見通し・操作・一般化～』東洋館.

清水静海監修「あたらしい算数」第1学年～第6学年.啓林館.

清水静海(1993)『考える力を育てる算数授業の構想と実践～見通し・筋道・活用～』東洋館.

神藤貴昭(2017)「自己調整学習」論の可能性—動機付けと個人差にかかわる課題に焦点を当てて—」立命館教職教育研究4号.

瀬島和美(1983)「いかにして問題を解くか」日本数学教育学会誌,65(4),pp.26-30.

操華子・森岡崇(1999)『質的研究の基礎～グラウンデッドセオリー開発の技法と手順～』医学書院.

高野敦子・橋本淳(2004)「算数文章問題を用いた問題解決能力養成システムの作成」日本教育工学会論文誌,pp.117-120.

辰野千寿他(1978)『教科学習の心理学』図書文化.

坪田耕三(2014)『算数科授業作りの基礎・基本』東洋館出版社.

中川敏之・吉崎静夫(1994)「算数科における児童の学習ストラテジーに関する研究～文章題の問題解決過程に外言思考法を適用して～」科学教育研究,Vol.16.

中島健三他編(1995)『算数の学力をどうとらえるか』東洋館.

中島義明他(1990)『心理学辞典』有斐閣.

中野博之(2005)「問題解決型の授業における子供の思考の様相」日本数学教育学会誌 87(4),pp.12-19.

中村幸四郎(1978)『ユークリッド』玉川大学出版部.

布川和彦(1989)「『考え方』としてのストラテジーの指導」古藤怜先生古稀記念論文集編集委員会(編),『学校数学の改善 DO Math の指導と学習』東洋館,pp.99-113.

布川和彦(1989)「数学の問題解決におけるストラテジーの解決過程との関わり」筑波教育研究 8,pp.89-99.

長谷川順一(1992)「図形領域における「解析」について」岩合一男先生退官記念出版会(編),『数学教育学の新展開』聖文社,pp.90-102.

浜出真樹他(1992)「問題解決力の育成を目指して」日本数学教育学会誌 74(10),pp.19-23.

藤原安治郎(1955)『算数の学習指導』牧書店.

牧田秀昭・秋田喜代美(2012)『教える空間から学び合う場へ』東洋館出版社.

増井貴(1995)「問題スキーマによる文章題の理解」数学教育研究,10,pp.113-122.

増井三夫・村井嘉子・松井千鶴子(2007)「GTAにおけるレベル1の概念化」上越教育大学研究紀要,Vol26,pp.299-316.

増井三夫・中嶋浩(2007)『大手町小学校の授業研究システムの特徴』.

増井三夫・村山信一(2009)「子どもの思考が創造的に展開する局面の見極めと教師の指導～大手町小学校との共同研究～」上越教育大学研究プロジェクト平成19年度～平成20年度研究報告書.

無藤隆他(2004)『心理学』有斐閣.

盛山隆雄(2013)『「数学的な考え方」を育てる授業』東洋館出版社.

吉川成夫・小島宏(編)(2011)『小学校算数「数学的な考え方」をどう育てるか』教育出版.

吉田甫・多鹿秀継(1995)『認知心理学から見た数の世界』北大路書房.

吉野巖(2012)「メタ認知的支援を伴う小学校算数指導法の開発」2012年度科研費研究実施状況報告書.

図一覧

図 1	2つの解決過程（布川 2005）	13
図 2	情報処理モデルに基づくプロトコルの生産	17
図 3	正答者のカテゴリー関連図	86
図 4	誤答者のカテゴリー関連図	87
図 5	誤答者を正答へ導く手立て	125

表一覧

表 1	用語の操作上の限定	15
表 2	虫食い算の取り上げられている学年	21
表 3	分析手順	24, 25
表 4	Skemp の理解のマトリックスモデル	27
表 5	カンファレンス期日と参加者	28
表 6	正答者に表れた概念	68～72
表 7	対極層に表れた概念	73, 74
表 8	正答者のカテゴリー表	80
表 9	誤答群カテゴリー表	84
表 10	キーパーソンの思考過程（事例 15 0 児）	89
表 11	周辺層の思考過程（事例 20 T 児）	90
表 12	誤答者①の思考過程（事例 26 誤答者①）	91
表 13	誤答者③の思考過程（事例 28 誤答者③）	91
表 14	事後調査 I の質問内容	98～102
表 15	カンファレンスの実施状況	108
表 16	現場教師とのカンファレンスの内容	114～117

資 料

カテゴリーⅠ 【解決分岐点の自覚】

カテゴリー	概念の共通特性	概念	思考の特性	ローダーズ
1【解決分岐点の自覚】	[条件の探索]	《問題条件への着目》	16 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる	・右(一の位)を繰り上げないで、左(十の位)だけ繰り上げる(O-1)
			17 問いの条件に気づく	・100をつくるんだから、ひっ算の答えはなんでもいいの(D=1)
			96 自分なりの予想を立てる	・えっと897654のどれかが入るから(Y-5)
			57 問題文の百の位に着目する	・1があるから...(O-1)
			42 100の位に繰り上がるための要件を考える	・ただ、5以上の数じゃないと、100にならない(Y-3)
			60 繰り上げればよいことに気づく	・くりあげればいいんでしょ。(O-4)
			84 繰り上がるには大きな数がいかに気づきが付いている	・大きい数の方がいいから(W-1)
			02 百の位に繰り上がるための条件を理解している	・1があるから、うん(A-2)
			27 同じ数字は使えないことに気づく	・これになる数字を考えてるの(A-3)
			30 1を除外して考える	・同じ数が重ならないようにすれば解けます(G-2)
			14 一度使用した数字を除外する	・同じカードはつかっちゃいけない。(H-1)
				・1を抜いて70で同じカードを使うことになるから、56をする(H-3)
				・で同じ数がでないようにちようどの数をいれて(B-7)
				・これで、5と7と2は使えない、あまった6枚で10以下の数を作る。(例3+6=9)
				・それを位で合わせると129(M=9)
				・あと6と8と1で...でもこうすると0が2つになっちゃうから(W-5)
				・1+9+2で12だめだ。2がない。(W-7)
				・これじゃだめなのか、1枚しかないから...(T-5)
				・同じ数が使えないから同じ数が出ないように百の位に行くように計算しないといけないから(H-9)
				・今度ば、うんと、7と3で10でOを置いて、6+4で10で120になった(X-5)
			93 自分なりの規則性を見つける	・あそうか、あわかった、83もばいりそうだな。(Y-8)
			97 解決の見通しが立った	・同じ数は使えないけど(H-15)
			38 同じ数字が使えないことを使って解く	・同じカードを使わないように数字を並べた(H-16)
				・10の位を繰り上げている(計算多数)(E-5)
		《問題条件のつながり 探索》	24 百の位に1が書いてあることと、十の位同士をたすと10以上の数になることが結びつく	・100以上にするために十の位を繰り上げる(O-1)
				・まず、左側は10以上にならないといけない(M-7)
			13 十の位を足して10以上の数にしようと思案する	・まず左側は10以上になんかきやいけないから(B-5)
				・10以上にならないと(B-6)
				・まず左側は10以上になんかきやいけないから(B-5)
				・10以上にならないと(B-6)

1【解決分岐点の自覚】	[条件の探索]	《問題条件のつながり探索》	25 百の位に1が書いてあることと、答えが100以上の数になることが結びつく	<ul style="list-style-type: none"> ・100になるような式にして(L-1) ・最初から百の位に1がいてあったから、足して必ず100以上にならないといけないので(N-3) ・まずは、えっと、真ん中の段が10以上にならないといけないから(M-1) ・百の位に1が立っているの100以上の数にする。(F-1) ・この問題は100以上200未満になるように(G-1) ・110をこえちゃダメだから、100の位足して100まで行かないといけないんだ(H-11) ・50以上100の位が50以上の数をたしていかねばいけなくて(H-12) ・たして百の位に繰り上がる計算をしないといけないから(H-14) ・えっと左側は10以上になればいいんだから(B-1) ・えっと左側は10以上になればいいんだから(B-1) ・ここ1つてことは繰り上がらないといけないから(N-1) ・もう最初から百の位に1が書いてあるから100を超える答えをだす(P-2) ・百の位に1がくるんだから、くりあがるから(T-2) ・百の位に1がくるってことは、繰り上がっているってことだから100の位が繰り上げられるようにする。(T-7) ・どなりに1があって繰り上げないといけないから ・今残っている中でできる数を選ぶ ・なので、$86+57=143$になった(W-13)
			54 百の位に1が書いてあることと、繰り上がらなければいけないことが結びつく	<ul style="list-style-type: none"> ・答え・・・(わからない)(E-2) ・だめだだめだだめだ。(O-2) ・うん、じゃあここが4になると$83+41=124$か(Y-9) ・20・・・あ、だめだ。(O-5) ・あっこれじゃだめだ。(O-12) ・ならべて、えっ(A-1) ・あっこれじゃ繰り上がらないや。(O-14) ・だめだ、ないわ、9じゃだめだ(W-9) ・1は抜いて92+これ1使っていんだ(H-7) ・やっべ間違えた(H-10) ・8は20だめだ(Y-6) ・そしたら、やっば1の位を8にして4と3にして7。(M-3) ・1の位は4にして109になる。(T-6) ・あれ？(X-2) ・使っちゃだめだと思ってた(H-8) ・計算の部分に0を入れてしまうと、答えが0と足した数と同じ数になってしまうからできないから、計算には0をいれることができない。(H-17) ・8? $1+8+5$は14だからあるわ(W-10) ・じゃあ5だ1+9+5は15(W-6)
			09 十の位を10以上の数にしようとする	
	[操作の自覚]	《解決の行き詰まり》	21 答えがわからなくなる	
			58 うまくいかない	
			98 同じ数を2回使っていることに気づかない	
			61 題意に含わず失敗したことに気づく	
			67 自分の解決途中で壁に直面する	
			01 思考錯誤の中から気づく	
			69 百の位に繰り上がらないことに気づく	
			88 同じ数字が出現してしまうことに気づく	
			34 友達か1のカードを使っていることに気づく	
			37 自分の解法の間違いに気づく	
	《間違いの気づきと訂正》		49 1の位の数字と100の位の数字を変える	
			82 同じ数字にならないように数字を入れ入れ替える	
			90 繰り上がらないことに気づく	
			35 自分の思い込み気づく	
			39 同じ数字が出現しないような数字の組み合わせを見つける	
			87 自分の見当を変える	

カテゴリⅡ 【条件組み合わせの自覚的展開】

カテゴリ	概念の共通特性	概念	思考の特性	ローデータ
Ⅱ【条件組み合わせの自覚的展開】	[前向き思考]	《順序性のある組み合わせ》	12 0から順番に数を当てはめる	・8+0が9で・・・8+1が9で・・・(B-4)
			62 順番に1から数字を当てはめる	・うんと、89+1 89+2・・・(O-6) ・・・89+12 89+13 89+14、1繰り上がるんだから、80+うんと14、89+14、(O-7)
			07 一の位から計算する	・9+6にして15なので1繰り上がり8+4のところが12だけど1繰り上がるから13になつて135になりました。(A-8) ・9+2=11で1繰り上げて7+5=12だけど、1繰り上げているから12+1=13になつて答えは131(K-1) ・7+8=15で1繰り上げて6+2=8だけど、1を繰り上げているから9+1で10で答えは105(K-2)
			83 十の位から順番に数字を当てはめる	・上の段の十の位に4を置いて、1の段に3を置いて、下の十の位に7をおいて、1の位に5を置いてたすと答え118になる。(Y-1)
			41 一の位の数字を当てはめた後十の位の数字を考える	・次に余った数で10の位を作る。(I-2)
			80 一の位から順番に数字を当てはめる	・1の位は3にして(T-4)
			43 最後に十の位の数字を決める	・繰り上がるように最後に100の位の答えを出す。(I-4)
			95 偶然に正解する	・あつてできた(Y-4)
				・まず1は、5+3で(E-1)
				・まずここを85にして(T-1)
				・まず、うんと、えつと5置いて4置いて6を4の下に置いて、(X-1)
				・じゃあ61にして(Y-3)
				・15で6で85で(Y-7)
				・ほーそつか、えつと89くらいにして67にしたなら(Y-1)、
			20 適当に数字を当てはめる	・(例)ほかの例は同じやり方でやる。(38+72=110)(19+83=102)(M-10)
			53 残った数字を組み合わせている	
	《順序性のない組み合わせ》		40 適当に数字を並べて一の位を作る	・まず1の位の数字を決めて答えの1の位を出す(I-1)
			59 適当の上の段に89とおき1をたす	・まって、89+・・・1(O-3)
			68 適当な数字を置き、一の位を計算する	・1+3は4うんと、13+21 (O-13)
			03 意図をもって数字を選択する	・小っちゃいほうにしよう(A-4)
			50 答えを先にきめてそれに合う数字を組み合わせる	・答えは、167したら、54+13=167(M-4)
			44 百の位に繰り上がる数字の組み合わせを作る	・21にして101にくりあげて(T-3)
			71 百の位に繰り上がるためにはどうしたらいいか考える	・うんと6+4で・・・7と5なら1くりあがるから(W-2)
			91 繰り上がるように足して101になる組み合わせを作る	・6と7で13だから、これで確実に100の位にいくから繰り上がってるから(W-6)
			45 一の位は繰り上げずに十の位だけ繰り上げる	・まず、左は100の位になる数字にする。(例、9+7=16)(J-1)
			47 一の位も100の位も繰り上がるようにする	・それで1繰り上がるためには、・・・(O-16)
			75 同じ数が2回でないためにはどうしたらいいか考える	・7置いて10から6だから4置いて、5たす7、できた。(X-3)
			22 1つ数字を決めてそれに合うように数字を選ぶ	・右には、位が上からない数字にする(例3+5=8)(J-2)
			86 百の位に繰り上がる数の中で一番小さいものを探そうとしている	・1の位でも、9+4だと1繰り上がり、6+5=11 ・10の位がさつき繰り上がったからその1を足して21になる。そうすると答えは123(I-2) ・隣の子に0が2つあることを指摘される)じゃあ・・・かえなきゃだめか・・・(O-20) ・えつと9を置いたから95+41で136(E-3) ・あと一番小さいのまず1の位が繰り上がってそれから7と3でO(W-4)
	[逆向きの思考]	《意図した条件の組み合わせ》		

カテゴリⅢ 【思考過程の可視化】

カテゴリ	概念の共通特性	概念	思考の特性	ローダータ
Ⅲ【思考過程の可視化】	[操作の振り返し]	《操作手順の表示》	63 計算手順を説明する	<ul style="list-style-type: none"> ・9+4で1繰り上がって、8+1+1で1繰り上がる。(O-8) ・まず、1の位から計算して4+3=7でつぎに十の位は8+2をして繰り上がるので答えは107です。(S-1) ・まず、6+2で8です。9と4で13なので、100の位に1繰り上げます。そして、答えは138です(F-2) ・まず9と4を足して、13。10の位に1繰り上げます。次に1と8で9、さっき繰り上げた1を足します。そうすると、100の位が101になり100の位に1繰り上がります。答えは103です。(F-3) ・まず、6と3をたして、9になります。10の位の7と8をたして、1511になります。そして、100の位に1繰り上げ、答えは159です。(F-4) ・まず、84の10の位の4と92の10の位の2をたすと、61になります。(U-1)
			26 まず～次に～	<ul style="list-style-type: none"> ・まず、右のほうを6+7=13にする。次に、左を繰り上げた1と8+5をする(W-12)
			10 O+O=Oができる	<ul style="list-style-type: none"> ・3+8をして11(B-2)
			48 1の位がOOで十の位がOO	<ul style="list-style-type: none"> ・10の位が4+3で、100の位が5+1で6で167(M-5) ・一の位を3と下の位(十の位のこと)を8として、83で1と下が4になって、1繰り上がるから8+4にして12にして、127(M-2) ・7+3=10で1繰り上げて8+5=13に1をたし14になり、1繰り上げて答えは140(R-1) ・1+4=5で7+6=13で1繰り上げて答えは135(R-2) ・7と3を足して10
			79 O+O=Oで1繰り上げてO+O=O	<ul style="list-style-type: none"> ・1繰り上げて100で答えが106になる(P-3) ・9と1をたして10に答えがなったから1繰り上げて101になる。(N-4) ・つぎに、80+90=170となるので170+6をすると、176となります。 ・10(0の位)と1(0の位)と繰り上がるから69+31で答えは100(O-19) ・89+46で135ができました(A-5) ・同じ数ができないように、10以上の数を作る(例5+7=6)(M-8) ・2と3をたして5になって次に9と1を足して(N-2) ・5と1を足して6(P-1) ・16になると1繰り上がるから100(O-17) ・どうしてそうなったかという(A-6) ・まず、答えに1が繰り上がっているので、それに合わせて100の位が、繰り上がるようにしていきます(D-2) ・だから、100をこえるようにして(大きい数を使って)繰り上げをしていくとよいと思います。(D-3) ・なので、74+31をして解きました(G-3) ・130になるから73+56は130あまりは2・8・9です。(H-5) ・6+4は10で1繰り上がって1+5+7で13?これで答えが130?になる?(W-3) ・そっか、こっちもこっちも繰り上がるのか…(O-18) ・78+62をして160(O-21)
			《理由の表示》	<ul style="list-style-type: none"> ・足し算では、足して100の位になると1繰り上がるから…(O-11) ・こんなんでいいかな(A-9) ・であつても、一枚ずつか(B-3) ・最初に並べ替えたのは適当だったんだけど(A-7) ・そうすると、1□□の答えがでる。(例168)(J-3)
			《操作結果の表示》	
			74 2回繰りあがって答えが出たことを説明する	
			04 できた答えを示す	
			52 (条件)のように(結果)する	
			55 OとOでOになる	
			72 くり上がる理由を説明する	
			05 理由を説明しようとする	
			18 (条件)なので(結果)こうなる	
			19 (条件)のように(結果)する	
			28(原因)なので(結果)こうなった	
			32 ～だから～です	
			85 自分で出した答えが正しいか確認している	
			73 2回繰り上がって百の位に1が立つことに納得する	
			76 78と62を足して同じ数が2回でないことを確認する	
			66 既習の事柄を用いて繰り上がりを説明しなおす	
			08 解法が正しいか見直す	
			11 答えの見直しから気づく	
			06 自分の操作を思い出し出している	
			46 結果を一般化している	
			《答えの反芻》	
			[妥当性の検討]	

カテゴリーⅣ【自己評価】

カテゴリー	概念の共通特性	概念	思考の特性	ローデータ
Ⅳ【自己評価】	[肯定的評価]	⑫《達成した満足感》	89 できた喜び	・できた、86+57で143(W-11)
			77 解決した喜び	・はいできた。(X-6)
			65 自分の解答が正しいと感じる	・できた！(O-22)
			65 解決したという意思表示	・よしこれいいや。(O-9)
			99 解決した満足感	・できた。(O-10)
			23 達成感を味わう	・こうやるんだな、とか俺分かった(Y-10)
			78 自分の解決を振り返って問題の難易度を 実感する	・95+41は136よしや(E-4)
				・できた。(H-13)
				・簡単すぎだよ(O-23)
			33 他の解答への意欲を示す	・つぎの考えまだ他にもある(H-6)
			70 別の数字を試してみる	・じゃあ84にちやおう。(O-15)
			51 答えが167になる別解を考えている	・100の位が5で1の位が4で下が100の位が1で1の位が3で答えは167(M-6)
			92 別解を考える	・他には、次は5のところに6をおいて、6のところに4をおいて、5を下にもってきて、3を おけば、8で、108か(X-4)
			29 他の答えも考える	・ほかに、45+81=126もできた。(G-4)
[否定的評価]	⑬《解決への意欲》	15 複数の結果を示す		・例えば、38+71=109(B-8)
				・あととはね12+96=108(B-9)
[否定的評価]	⑭《解決への不安》	31 自分の解法に不安を抱く		・例えば、38+71=109(B-8)
			94 自分の見当が外れ落胆する	・あととはね12+96=108(B-9)
				・あととはね12+96=108(B-9)
				・これでもいいのかあ。(H-4)
				・でも、だめか、(Y-2)

誤答者に表れた概念およびカテゴリ

カテゴリ	概念の共通特性	概念	思考の特性	ローデータ	
I【解決分岐点の自覚】	[操作の自覚]	《解決の行き詰まり》	1問題の意図が分からない	・当てはめる？(①-1)	
			6解決に行き詰まる	・あつ2だ、だめだ(①-6)	
			11一の位の計算をし、十の位の計算に手間取っている	・98+76はえつと4で1くりあがつて、6666？6？6？7か、(②-3)	
		17十の位を2にするともう一つは何の数字になるか考えている	・えつと20+……なんで1000の位に繰り上がる？(②-9)		
		25一の位をたしたら同じ数が出て失敗	ここが9で使えないの。 ちがう失敗した。(③-3)		
		2百の位に繰り上がっているから大きい数字を入れようとしている	・こうじゃないと7とか8とか…繰り上がってるから、おっきい数にしないと(①-2)		
		4自分の計算間違いに気づく	・131だ。こたえちがう(①-4)		
		9はじめに決めた見通しを変更	・まず…やっぱやめて(②-1)		
		15周りの子がカードを使っているのに気づく	・カード使うの？なくね？えーカード使うの？(②-7)		
		19 1のカードを5のカードに置き換えてみる	・5で9になっちゃう(②-11)		
		26自分の予想の間違いに気づく	・順番に当てはめる(③-4)		
		30間違いに気づく	・53+60…53+62は…63+68は…(③-8)		
		32題意に合わないことに気づく	・あーだめだ(③-10)		
	《順序性のある組み合わせ》	《順序性のない組み合わせ》	7答えの口に当てはめる数字を適当に見当をつけている	・おてあげ(③-11)	
			7答えの口に当てはめる数字を適当に見当をつけている	・115…125か(①-7)	
			27数字を順番に当てはめる	・5+8は13でー繰り上がるから14(③-5)	
			3適当な数の組み合わせ	・ここは、7と4だったから(①-3)	
			5自分のこだわりで使いたい数字を一つ決める	・4を使いたい(①-5)	
			10適当に数字を並べて計算する	・98+えつと76でこれは4(1の位のこと)(②-2)	
			16適当にカードを並べる	・あとは適当にやろう。(②-8)	
			23適当に数字をあてはめる	・9…3…8…6(③-1)	
			31適当に数字を当てはめていく	・5+6で11(③-9)	
			II【条件組み合わせの自覚的展開】		
	[前向きな思考]				

Ⅲ【思考過程の可視化】	[操作の振り返り]	《操作手順の表示》	18答えが110になるので同じ数字が出て悩んでいる	・98+12違ういいや、これをうー(考え込む)(②-10)
		28計算手順を説明する		・答えは146あーできた、かな？(③-6)
		12自分なりの答えを導き出す		・まあ、いいや全部と4の6？7か。答え174か(②-4)
		20計算して答えを出す		・こうして98+53でえっと8の3で141(②-12)
		8問題を解くのをあきらめた		・あーわかんない(①-8)
Ⅳ【自己評価】	[否定的評価]	《解決への不安》	13自分の出した答えを確認する	・えっと98+76は174だね(②-5)
			14自分の答えに不安を持っている	・これでいいの？先生？これでいいの？(②-6)
			21問題がとけて達成感を味わっている	・あつよしや全部できた。(②-13)
			22自分の出した答えを確認して安心する	・98+53=141でいいのか、これで4枚余るラッキー(②-14)
			24自分のやり方に自信が持てない	・いいいの？(③-2)
			29自分なりの答えが出せたが不安	・8+ちがうな(③-7)

謝辞

本研究は、算数の問題解決過程における子どもの思考過程を **Grounded Theory Approach** の質的研究法の分析により明らかにすることができました。その間多くの方々にご協力いただき、ご指導を賜りました。この場をお借りして厚く御礼申し上げます。この研究が教育現場で悩んでいる子ども達や現場教員の皆様の一助となれば望外の喜びです。

聖徳大学大学院児童学研究科の増井三夫先生には、遠方のためなかなか指導に伺えない私をいつも叱咤激励してくださり、最後まで心温まるご指導をしていただきました。心より御礼申し上げます。また、有働玲子先生、南部昌敏先生には、ご専門のお立場から貴重なご示唆をいただきました。

そして、大学院博士後期課程の増井ゼミの偉大なお二人の先輩、砂村京子先生、奥村直子先生にはご多忙にも関わらず長時間ご指導いただき、精神的にも大きな支えとなりました。また、山崎幸子先生、桐川敦子先生には、毎回適切なアドバイスをいただき何度救われたかわかりません。本当にありがとうございました。つつがなく成稿できましたことを、聖徳大学のすべての関係者の皆様に心より感謝申し上げます。

調査に快く協力してくださいました、大谷珠美校長先生をはじめ教職員の皆様、児童の皆さん、三好秀二校長先生をはじめ教職員の皆様、児童の皆さんには、大変お世話になりました。授業後に「先生の算数の授業、おもしろかったよ」と子ども達が声をかけてくれた時には、本当にうれしく思いました。

最後に、5年間研究生生活を支えてくれた家族には、感謝の気持ちでいっぱいです。仕事と研究と家事に追われていても、いつも応援してくれた3人の息子たちと両親に、恩返しができるようこれからも更なる努力と研鑽を重ねてまいります。末筆になりましたが、ヤマザキ製本所の社長様ご夫妻には温かい対応をしていただきありがとうございました。

すべての皆様のお力添えとご厚情に深く感謝申し上げ、ご健勝とご繁栄をお祈り申し上げます。

2018年4月

黒 澤 寿 美